Probleme în domeniul frecvenŞelor înalte

Corina Botoca

...ța de intrare a unei linii

...ment de linie fără pierderi, cu lungimea l, impedanţa caracteristică Z_c şi terminat pe sarcina Z_s (fig. 1). Impedanţa de intrare Z_i este:

$$Z_i(l) = Z_c \frac{Z_s + jZ_c \mathrm{tg}\beta l}{Z_c + jZ_s \mathrm{tg}\beta l}. \quad (1)$$

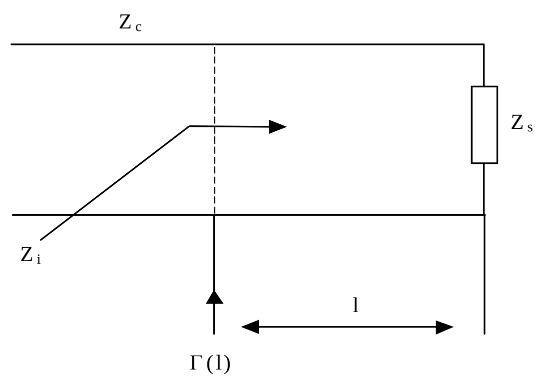


Fig. 1

Se observă că $Z_i(l)$ este periodică, cu perioada $\beta l = \pi$ sau $l = \frac{2\pi}{2\beta} = \frac{\lambda}{2}$. Peste $\lambda/2$ impedanţele se reproduc.

Coeficientul de reflexie Γ este o funcţie de l şi este definit prin:

$$\Gamma(l) = \frac{Z_i(l) - Z_c}{Z_i(l) + Z_c}. \quad (2)$$

În dreptul sarcinii Γ este:

$$\Gamma_s = \frac{Z_s - Z_c}{Z_s + Z_c}. \quad (3)$$

Înlocuind (1) în expresia (2) şi ţinând seama de (3) vom obţine:

$$\Gamma(l) = \Gamma_s e^{-2j\beta l}; \quad (4)$$

deci, modulul coeficientului de reflexie nu se schimbă în lungul liniei, doar faza se modifică.

Şilor de calcul se obŞine dacŁ se utilizeazŁ adicŁ dacŁ se **împart la Z_c** (Z_i/Z_c ќi Z_s/Z_c). impedanŞa caracteristicŁ devine $Z_c/Z_c = 1$.

OBSERVAŜII

1. În cele ce urmeazŁ vom utiliza impedanŞe normalizate(raportate la Z_c), fŁrŁ a nota acest lucru distinct. Imediat ce observŁm cŁ impedanŞa caracteristicŁ a unei linii este unitarŁ, vom înŞelege cŁ ќi celelalte mŁrimi ale schemei sunt normalizate (ќi deci adimensionale).

2. Denormalizarea, revenirea de la mŁrimile normalizate la cele nenormalizate, se realizeazŁ prin înmulŞirea cu impedanŞa de normalizare.

RelaŞiile (1), (2) ќi (3) devin:

$$Z_i(l) = \frac{Z_s + jtg\beta l}{1 + jZ_s tg\beta l}; \qquad (5)$$

$$\Gamma(l) = \frac{Z_i(l) - 1}{Z_i(l) + 1}; \qquad (6)$$

$$\Gamma_s = \frac{Z_s - 1}{Z_s + 1}. \qquad (7)$$

ImpedanŞa de intrare ï normalizatŁ ï devine, conform relaŞilor (6) ќi (4):

$$Z_i(l) = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = \frac{1+\Gamma_s e^{-2j\beta l}}{1-\Gamma_s e^{-2j\beta l}}. \qquad (8)$$

RelaŞiile (1) ќi (8) sunt mai dificil de reprezentat în coordonate carteziene. Se utilizeazŁ un sistem de coordonate ortogonale constituit din 2 familii de cercuri, dupŁ cum urmeazŁ:

- considerŁm pentru coeficientul de reflexie Γ o expresie în coordonate polare, de forma: $\Gamma = \rho \cdot e^{j\theta}$, formŁ care permite rescrierea relaŞei (8):

$$Z_i(l) = R + jX = \frac{1+\rho \cdot e^{j\theta}}{1-\rho \cdot e^{j\theta}} = \frac{1+\rho\cos\theta + j\rho\sin\theta}{1-\rho\cos\theta - j\rho\sin\theta}. \qquad (9)$$

$$\begin{cases} \rho\cos\theta = x \\ \rho\sin\theta = y \end{cases}$$

кi se înlocuiesc x кi y în (9), în urma identificŁrii coeficienŞilor pŁrŞi reale кi a celei imaginare rezultŁ:

$$\begin{cases} \left(x-\dfrac{R}{R+1}\right)^2+y^2=\dfrac{1}{(R+1)^2} & R=\text{ct.} & C\left(\dfrac{R}{R+1},0\right) & r=\dfrac{1}{R+1} \\ (x-1)^2+\left(y-\dfrac{1}{X}\right)^2=\dfrac{1}{X^2} & X=\text{ct.} & C\left(1,\dfrac{1}{X}\right) & r=\dfrac{1}{X} \end{cases}$$

Cele 2 familii de cercuri sunt reprezentate în fig. 2.

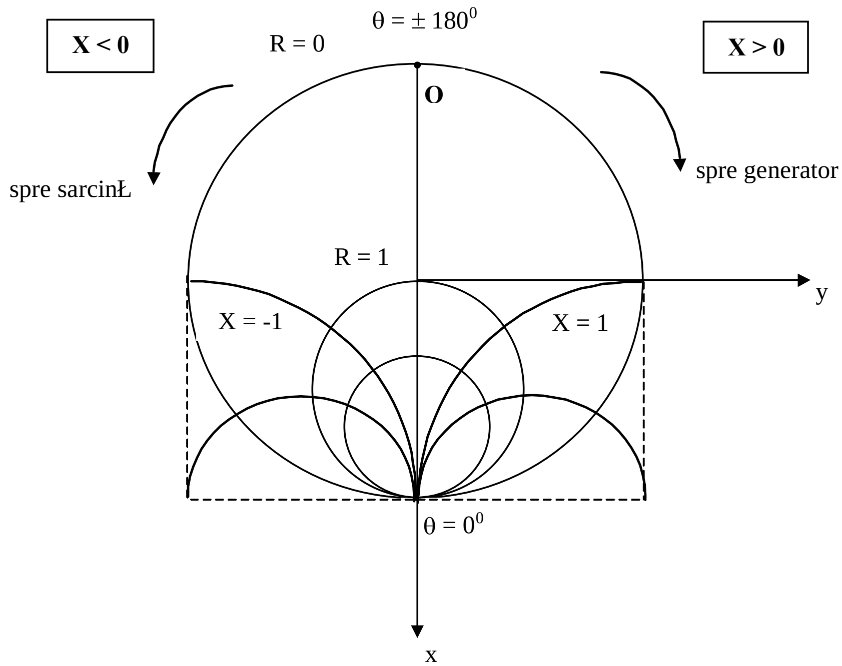


Fig. 2

[illegible]	C (0,0)	r = 1
R = 1	C (1/2,0)	r = ½
R = 2	C (2/3,0)	r = 1/3
X = 0	C (1,∞)	r = ∞
X = 1	C (1,1)	r = 1
X = -1	C (1,-1)	r = 1
X = 2	C (1,1/2)	r = ½

Punctul **O, aflat la intersecția X=0** кi R=**0,** corespunde **scurtcircuitului**, iar punctul diametral opus, corespunzŁtor intersecŞei **X=0** кi R=∞**,** reprezintŁ punctul de **gol**.

Fie ɗ=2´ dar ɗ=-2бΔl кi $\beta=\frac{2\pi}{\lambda}$. Din ultimele 3 relaŞi rezultŁ cŁ Δl=-ɘ/2.

Deci

O revoluție completă pe cerc corespunde unei deplasări de-a lungul liniei cu λ/2. Ca origine a notării lungimilor raportate se ia punctul O, punctul de scurtcircuit.

Valorile lui **R = ct.** sunt marcate pe **X = 0, X = 1 şi X = -1.**
Valorile lui **X = ct.** sunt marcate pe **R = 0 şi R = 1.**
Curbele **S = ct.** descrise de:

$$S=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=\frac{1+\rho}{1-\rho}$$

sau

$$\rho^2=x^2+y^2=\left(\frac{1-S}{1+S}\right)^2$$

sunt cercuri concentrice cu centrul în origine. Pe aceste cercuri au loc transformŁrile de impedanŞŁ descrise de (8). Familiile de cercuri $R_i=\text{const.}$, $X_i=\text{const.}$ кi $S=\text{const.}$ pentru $R_i\in[0,\infty)$, $X_i\in(-\infty,\infty)$ кi respectiv $S\in[1,\infty)$ formeazŁ aкa numita **diagrama Smith** sau **diagrama cercurilor**.

1. Fie o linie fŁrŁ pierderi cu Z_c = 50 Ω кi care se terminŁ pe o sarcinŁ cu Z_s = 25 ï j10 Ω. SŁ se foloseascŁ diagrama Smith кi sŁ se determine:

a) poziŞia lui Z_s pe diagramŁ;
b) valoarea raportului de undŁ staŞionarŁ S;
c) coeficientul de reflexie Γ (modul si fazŁ).

a)

<u>Determinarea poziŞei lui Z_s</u>

Se normalizeazŁ кi rezultŁ: Z_c = 1 кi Z_s = 0,5 ï j0,2.

Se reprezintŁ impedanŞa de sarcinŁ Z_s pe diagramŁ.

- se cautŁ partea realŁ (0,5) кi se intersecteazŁ cu partea imaginarŁ (-0,2);
- se marcheazŁ punctul de intersecŞie (Z_s) кi prin el se traseazŁ cercul S=ct. (centrul cercului este centrul diagramei).

b)

<u>Citirea lui S</u>

- Se construieкte cercul S care trece prin Z_s. Acest cerc este tangent cu cercul R=2,1 pe axa realŁ pozitivŁ, deci el este S=2,1.

c)

<u>Citirea coeficientului de reflexie Γ_s prin modul кi fazŁ</u>

- se traseazŁ raza (din centru pânŁ în punctul marcat) кi se prelungeкte pânŁ intersecteazŁ scala din exterior;
- se mŁsoarŁ **raza diagramei: 87 mm**;
- se mŁsoarŁ raza cercului (S = ct.): 31 mm;

$$\left|\Gamma_s\right| = \frac{31}{87} \cong 0{,}36$$

sau

87 mm é é é é é é é é 1

31 mm é é é é é é é é x $\Rightarrow$ $x = \dfrac{31}{87} \cong 0{,}36$.

Modulul coeficientului de reflexie este 0,36.

Pentru determinarea fazei fie se citeкte direct valoarea unghiului cu ajutorul raportorului, fie se estimeazŁ pe scala exterioarŁ corespunzŁtoare distanŞelor distanŞa corespunzŁtoare impedanŞei Z_s:

0,5 é é é é é é é é é . 360^0

$$\Rightarrow \quad x = \frac{0{,}042 \cdot 360^0}{0{,}5} = 30{,}24^0.$$

Unghiul este: θ = 180^0 + 30,24^0 = **207,36^0** sau θ = -(180^0 - 30,24^0) = **-149,76^0**.

$$\Gamma_s = 0{,}36\angle -149{,}76^0.$$

Transformarea unghiului din grade în grade, min кi sec

$$0{,}76 \cdot 60 = 45{,}6 \quad \Rightarrow \quad 45'$$
$$45{,}6 - 45 = 0{,}6$$
$$0{,}6 \cdot 60 = 36 \quad \Rightarrow \quad 36''$$

$$\theta = -149^0 45'36''$$

Scrierea coeficientului de reflexie în complex

- se transformŁ θ în rad;

180^0 é é é é é é é é é π rad
149,76^0 é é é é é é é ... x rad $\Rightarrow \quad x = \frac{149{,}76 \cdot \pi}{180} = 0{,}832\pi = 2{,}61\,\text{rad}.$

$$\Gamma_s = 0{,}36 \cdot e^{-j0{,}832\pi} = 0{,}36 \cdot e^{-j2{,}61}.$$

Γ_s este adimensional pentru cŁ este raportul a douŁ mŁrimi fizice de acelaкi fel (undŁ reflectatŁ / undŁ directŁ).

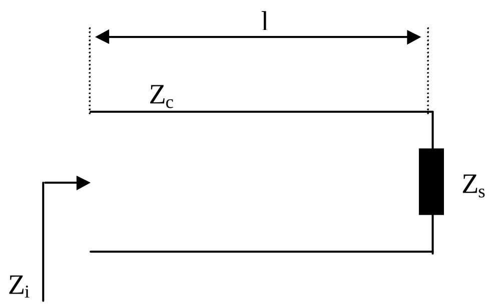
2. SŁ se determine impedanŞa de intrare кi coeficientul de reflexie (la intrare) pentru o linie cu l=3,82λ кi Z_c=700Ω terminatŁ în:
a) scurtcircuit
b) gol

$$3{,}82 = 0.5.7 + 0{,}32$$

a) Ne deplasŁm din punctul de scurtcircuit cu 0,32 pe cercul cu distanŞele în sensul spre generator. Z_i=-2,15j.700Ω=-1505jΩ. Se mŁsoarŁ cu raportorul ϕ_i=-50,4°. Deci $\Gamma_i = 1\angle -50{,}4°$.

l de gol cu 0,32 pe cercul cu distanţele în în punctul de scurtcircuit avem 0,25. Deci coordonata impedanţei de intrare va fi $0{,}32-0{,}25=0{,}07$. Impedanţa de intrare Z_i=0,475j.700 Ω=332,5jΩ. Se măsoară cu raportorul φ_i=129,6º. Deci $\Gamma_i = 1\angle 129{,}6°$.

3. Să se calculeze impedanţa de sarcină Z_s pentru un tronson de linie de lungime $l=0{,}1\ \mathrm{m}$, astfel încât la intrare să prezinte o impedanţă dată, $Z_i=(50-j30)\ \Omega$. Se consideră λ = 1m şi $Z_c=100\ \Omega$.



Se calculează lungimea electrică a liniei prin normalizarea lungimii:

$$\frac{l}{\lambda}=\frac{0{,}1}{1}=0{,}1$$

Impedanţa de intrare normalizată este:

$$z_i=\frac{Z_i}{Z_c}=0{,}5-j0{,}3$$

-se poziţionează pe diagramă z_i şi se citeşte pe scala exterioară valoarea corespunzătoare: 0,058;
-se trasează cercul S = ct. ce trece prin z_i;
-din z_i efectuăm o deplasare cu 0,1 pe cercul S = ct., *dinspre generator spre sarcină* pentru a determina poziţia lui z_s:

0,058 + 0,1 = 0,158 – pe scara exterioară

;

Z_s exprimată în Ω se denormalizează Z_s obținut din diagramă:

$$Z_s = (105 - j85)\ \Omega.$$

4. Fie impedanța de sarcină $Z_s = 0{,}5 + j0{,}7$ și $\lambda = 4$ cm.

a) Să se determine impedanța de intrare Z_i la distanța $l = 8$ mm dinspre sarcină spre generator;
b) Cât este valoarea raportului de undă staționară S ?
c) Ce valori au coeficienții de reflexie Γ_s și Γ_i ?
d) La ce distanță de Z_s se găsește primul maxim de tensiune ?

a)

Determinarea impedanței de intrare Z_i

- se calculează raportul $\frac{l}{\lambda} = \frac{8}{40} = 0{,}2$; $\frac{l}{\lambda} \equiv 0{,}2$.

Coordonatele curbilinii ale lui Z_s sunt: R = 0,5 și X = 0,7. Pe scala exterioară valoarea citită este 0,11. Din 0,11 se merge cu 0,2 dinspre sarcină spre generator și rezultă:

$0{,}11 + 0{,}2 = 0{,}31$ valoare citită pe scala exterioară

Prin acest punct se trasează o rază vectoare până în centrul diagramei. Intersecția cu cercul S = ct. Care trece prin Z_S ne dă punctul Z_i.

$$Z_i = 1{,}4 - j1{,}4.$$

b)

Citirea lui S

- se caută cercul R, parte reală, tangent pe axa reală pozitivă cu S. Deci, **S = 3,2**.

c)

Citirea coeficientului de reflexie Γ_S prin modul și fază

- modulul este : $|\Gamma_s| = \frac{45}{87} = 0{,}517$.

$0{,}5$ é é é é é é é é . 360^0

$0{,}14$ é é é é é é é . x $\Rightarrow$ $x = \dfrac{0{,}14 \cdot 360^0}{0{,}5} = 100{,}8^0.$

$\theta_s = 100{,}8^0.$ $\Gamma_s = 0{,}517\angle 100{,}8^0.$

Citirea coeficientului de reflexie Γ_i prin modul кi fazŁ

- modulul este acelaкi : $|\Gamma_i| = |\Gamma_s| = \dfrac{45}{87} = 0{,}517.$

$0{,}5$ é é é é é é é é . 360^0

$0{,}06$ é é é é é é é . x $\Rightarrow$ $x = \dfrac{0{,}06 \cdot 360^0}{0{,}5} = 43{,}2^0.$

$\theta_i = -43{,}2^0.$ $\Gamma_i = 0{,}517\angle -43{,}2^0.$

d)

Determinarea primului maxim de tensiune

U_{max} corespunde valorii Z_{max}.

Se кtie cŁ: $Z_i(l) = \dfrac{1+\Gamma(l)}{1-\Gamma(l)} = \dfrac{1+\rho \cdot e^{j\theta}}{1-\rho \cdot e^{-j\theta}}.$

$\Gamma(l)_{max}$ se obŞne pentru $\theta = 0^0$ кi devine $\Gamma(l)_{max} = \rho.$

În aceste condiŞi avem: $Z_i = \dfrac{1+\rho}{1-\rho} = S.$

Se duce raza vectoare prin Z_{max}. Se determinŁ diferenŞa dintre coordonata corespunzŁtoare pe scala distanŞelor a impedanŞei maxime кi cea a impedanŞei de sarcinŁ.

TemŁ

1. Fie $Z = 0{,}5 + j0{,}5$. Cât este $|\Gamma|$ кi θ ?

- se determinŁ poziŞa lui Z pe diagramŁ;
- se traseazŁ cercul S = ct. кi se mŁsoarŁ raza diagramei (88 mm) кi raza cercului S = ct. (39 mm);

- se estimeazŁ pe scala exterioarŁ valoarea arcului corespunzŁtor unghiului θ:

$$\frac{0{,}01}{4} = 0{,}0025; \qquad 0{,}085 + 0{,}0025 = 0{,}088;$$

0,5 é é é é é é é é é 360^0
0,088 é é é é é é é .. x $\Rightarrow x = 63{,}36^0$.

$$\theta = 180^0 - 63{,}36^0 = 116{,}6^0.$$

$$\Gamma = 0{,}43\angle 116{,}64^0.$$

2. Cât este coeficientul de reflexie Γ dacŁ $Z = 3 - j2$?

- se determinŁ poziŞa lui Z pe diagramŁ;
- se traseazŁ cercul S = ct. ki se mŁsoarŁ raza diagramei (88 mm) ki raza cercului S = ct. (55 mm);

$$|\Gamma| = \frac{55}{88} = 0{,}62;$$

- se estimeazŁ pe scala exterioarŁ valoarea arcului corespunzŁtor unghiului θ:

$$0{,}02 + 0{,}005 = 0{,}025;$$

0,5 é é é é é é é é é 360^0
0,025 é é é é é é é .. x $\Rightarrow x = 18^0$.

$$\theta = -18^0.$$

A PENTRU ADMITANȚE

Admitanţa: $Y = \dfrac{1}{Z}\left[\Omega^{-1}\right]$ sau $[S]$.

Admitanţa de intrare este:

$$Y_i(l) = Y_c \frac{Y_s + jY_c \operatorname{tg}\beta l}{Y_c + jY_s \operatorname{tg}\beta l}.$$

Admitanţa de intrare normalizată este:

$$Y_i(l) = \frac{Y_s + j\operatorname{tg}\beta l}{1 + jY_s \operatorname{tg}\beta l}.$$

Coeficientul de reflexie (în funcţie de Y normalizat) este:

$$\Gamma(l) = \frac{Z_i(l) - 1}{Z_i(l) + 1} = -\frac{Y_i(l) - 1}{Y_i(l) + 1}.$$

<u>OBSERVAŢIE</u>

Axele de coordonate ale diagramei Y sunt rotite cu 180° faţă de cele ale diagramei Y. Astfel încât şi unghiurile se modifică d.p.d.v. al **“poziționării”** lor pe diagramă:

-spre dreapta sunt valori negative (faţă de punctul de gol al diagramei Y);
-spre stânga sunt valori pozitive.

Dacă se reprezintă pe aceeaşi diagramă Y şi valoarea Z corespunzătoare, ele sunt diametral opuse.

1. Se dă o linie cu lungimea **l = 54 cm** şi **λ = 30 cm**. Admitanţa caracteristică este $Y_c = \dfrac{1}{50}\left[\Omega^{-1}\right]$, iar admitanţa de sarcină este $Y_s = \dfrac{0{,}3}{50} + j\dfrac{0{,}7}{50}\left[\Omega^{-1}\right]$. Să se determine:

a) raportul de undă staţionară, S;
b) coeficientul de reflexie Γ_s;
c) admitanţa de intrare Y_i;
d) coeficientul de reflexie Γ_i.

lui Y_s

Se normalizeazŁ кi rezultŁ: $Y_c = 1$ кi $Y_s = 0,3 + j0,7$.

Se reprezintŁ admitanŞa de sarcinŁ Y_s pe diagramŁ.

- se cautŁ partea realŁ (0,3) кi se intersecteazŁ cu partea imaginarŁ (0,7);
- se marcheazŁ punctul de intersecŞie (Y_s) кi prin el se traseazŁ cercul S=ct. (centrul cercului este centrul diagramei).

Citirea lui S

- se cautŁ cercul parte realŁ tangent cu S: în partea de jos este tg cu 5, iar în partea de sus este tg cu 0,2 (1/0,2). Deci, **S = 5**.

b)

Citirea coeficientului de reflexie Γ_S prin modul кi fazŁ

- se traseazŁ raza (din centru pânŁ în punctul marcat) кi se prelungeкte pânŁ intersecteazŁ scala din exterior;
- se mŁsoarŁ raza diagramei: 86 mm;
- se mŁsoarŁ raza cercului (S = ct.): 58 mm;

$$|\Gamma_s| = \frac{58}{86} \cong 0,67$$

sau

86 mm é é é é é é é é 1

58 mm é é é é é é é é x $\Rightarrow$ $x = \frac{58}{86} = 0,67$.

Modulul coeficientului de reflexie este 0,67.

Pentru determinarea fazei (unghiului) se estimeazŁ pe scala exterioarŁ cât din 0,01 este 1/5 $\Rightarrow$ 0,01/5 = 0,002.

AceastŁ valoare se adunŁ la valoarea cititŁ pe scalŁ:

0,1 + 0,002 = 0,102.

0,5 é é é é é é é é é . 360^0

0,102 é é é é é é é é . x $\Rightarrow$ $x = \frac{0,102 \cdot 360^0}{0,5} = 73,44^0$.

Unghiul este: θ = **-73,44^0.**

OBSERVAŞIE

Pentru **admitanțe** valorile unghiurilor sunt: **- spre dreapta < 0;**
- spre stânga > 0.

$3{,}44^0$.

<u>Transformarea unghiului din grade în grade, min ĸi sec</u>

$$0{,}44\cdot 60 = 26{,}4 \quad\Rightarrow\quad 26'$$
$$26{,}4 - 26 = 0{,}4$$
$$0{,}4\cdot 60 = 24 \quad\Rightarrow\quad 24''$$

$$\theta = -73^0 26' 24''.$$

<u>Scrierea coeficientului de reflexie în complex</u>

- se transformŁ θ în rad;

180^0 é é é é é é é é é π rad

$73{,}44^0$ é é é é é é é ... x rad $\Rightarrow \quad x = \dfrac{73{,}44\cdot\pi}{180} \cong 0{,}41\pi = 1{,}28$ rad.

$$\Gamma_s = 0{,}67\cdot e^{-j0{,}41\pi} = 0{,}67\cdot e^{-j1{,}28}.$$

Γ_s este adimensional pentru cŁ e raportul a douŁ mŁrimi fizice identice (undŁ reflectatŁ / undŁ directŁ).

c)

<u>Determinarea admitanŞei de intrare Y_i</u>

- se calculeazŁ raportul $\dfrac{l}{\lambda} = \dfrac{54}{30} = 1{,}8$;

- se extrag multipli întregi de 0,5 ĸi doar restul ne intereseazŁ:

$$1{,}8 = 0{,}5\cdot 3 + 0{,}3 \quad\Rightarrow\quad 0{,}3.$$

<u>OBSERVAŜIE</u>

Pasul de 0,5 înseamnŁ revenirea în acelaĸi punct !

$0{,}5\dfrac{l}{\lambda}$ corespunde la 360^0 ï o rotaŞie completŁ

DupŁ normalizare rŁmâne: $\dfrac{l}{\lambda} \equiv 0{,}3$.

l S = ct. punctul Y_i la $\frac{l}{\lambda} = 0{,}3$ de Y_s.
0,102 + 0,3 = 0,402 (valoare marcată pe scara exterioară)
- se duce raza (punctul de pe scara exterioară până în centru).

Y_i se determină la intersecţia cu cercul S = ct.

Citirea lui Y_i în coordonate curbilinii

$Y_i = 0{,}3 - j0{,}68$ [adimensional pentru că este normalizat]
-valoarea „-0,68" este în stânga.

Denormalizarea lui Y_i

- se determină prin înmulţirea cu $Y_c = \frac{1}{50}[S]$:

$$Y_i = \frac{0{,}3}{50} - j\frac{0{,}68}{50}[S].$$

d)

Citirea coeficientului de reflexie Γ_i prin modul şi fază
- modulul este acelaşi : $|\Gamma_i| = 0{,}67$ (pentru că este un punct de pe cercul S = ct.)
- faza se modifică:

0,5 – 0,402 = 0,098.

0,5 ……………………… . 360^0

0,098 …………………… . x $\Rightarrow$ $x = \frac{0{,}098 \cdot 360^0}{0{,}5} = 70{,}56^0$.

$\theta = 70{,}56^0$. $\Gamma_i = 0{,}67\angle 70{,}56^0$.

OBSERVAŢIE

Unghiul este >0 pentru că se citeşte în diagramă Y!

Scrierea coeficientului de reflexie în complex [rad]

-se transformă θ în rad;

π rad

rad $\Rightarrow \quad x = \dfrac{70{,}56 \cdot \pi}{180} = 0{,}39\pi = 1{,}23 \text{ rad}.$

$$\Gamma_i = 0{,}67 \cdot e^{j0{,}39\pi} = 0{,}67 \cdot e^{j1{,}23}.$$

Γ_i este adimensional pentru cŁ e raport (undŁ reflectatŁ / undŁ directŁ).

2. Se considerŁ coeficientul de reflexie din dreptul admitanşei de sarcinŁ $\Gamma_s = 0{,}38\angle 100{,}8^0$. Se cunosc: $Y_c = \dfrac{1}{100}\left[\Omega^{-1}\right]$ ki $\lambda = 40\text{cm}$. SŁ se determine:
a) admitanşa de sarcinŁ Y_s ki Y_s denormalizatŁ;
b) admitanşa de intrare Y_i ktiind cŁ este situatŁ la distanşa $l = 48\text{ cm}$ faşŁ de sarcinŁ;
c) raportul de undŁ staşionarŁ ki coeficientul de reflexie la intrare.

a)
-se mŁsoarŁ raza diagramei: R_d = 87 mm;
-modulul coeficientului de reflexie este: $\left|\Gamma_s\right| = \dfrac{r}{R_d} \Rightarrow r = \left|\Gamma_s\right| \cdot R_d = 0{,}38 \cdot 87 = 33{,}06 \text{ mm}$;

Deci, r = 33 mm;

-se determinŁ arcul corespunzŁtor unghiului de $100{,}8^0$:

0,5é é é é é é é .360^0
xé é é é é é ...$100{,}8^0$ $\Rightarrow \quad x = 0{,}14$

-se marcheazŁ pe scalŁ punctul 0,14 ki prin el se traseazŁ o razŁ vectoare pânŁ în centrul diagramei. Din centru se mŁsoarŁ r = 33 mm ki se determinŁ Y_s:

$$Y_s = 0{,}85 - j0{,}75$$

-se denormalizeazŁ ki se obşine:

$$Y_s = \frac{0{,}85}{100} - j\frac{0{,}75}{100}\left[\Omega^{-1}\right]$$

-se traseazŁ cercul S = ct. prin Y_s;
-se normalizeazŁ distanŞa dintre admitanŞe:

$$\frac{l}{\lambda}=\frac{48}{40}=1,2;$$

$$1,2=0,5\cdot 2+0,2$$

-distanŞa realŁ este $\frac{l}{\lambda}=0,2$

0,36 + 0,2 = 0,56 (0,06 pe scala exterioarŁ)

$$Y_i=0,5+j0,31 \;\Rightarrow\; Y_i=\frac{0,5}{100}+j\frac{0,31}{100}\left[\Omega^{-1}\right]$$

c)
Valoarea raportului de undŁ staŞionarŁ este:

$$S=\frac{1}{0,45}=2,22;$$

$$\left|\Gamma_s\right|=\left|\Gamma_i\right|=0,38$$

0,5é é é é é ..360^0
0,06é é é é é ..x $\Rightarrow x=43,2^0$

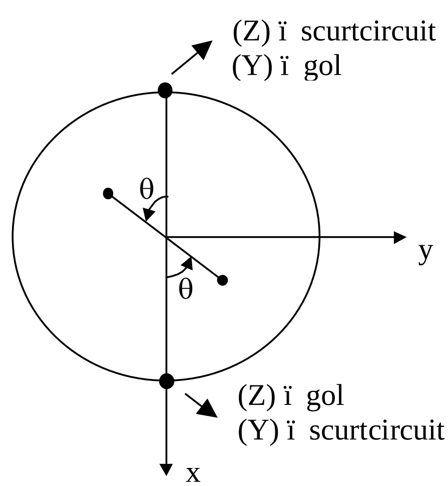
Deci, $\theta_i=-43,2^0$

Coeficientul de reflexie la intrare este: $\Gamma_i=0,38\angle -43,2^0$.

кi a admitanŞelor în formŁ generalŁ:

$$Z = R + jX \qquad ; \qquad Z = \frac{1}{Y}.$$
$$Y = G + jB$$

Reprezentarea punctelor de scurtcircuit кi de gol pentru Z кi Y



Utilizarea diagramei Smith pentru calculul circuitelor de adaptare

O problemŁ majorŁ în domeniul transmiterii energiei pe liniile de radiofrecvenŞŁ o constituie **adaptarea**. Adaptarea unei linii cu $\mathbf{Z_c}$ se obŞine atunci când:

1) generatorul are $\mathbf{Z_g = Z_c}$;
2) sarcina satisface condiŞia: $\mathbf{Z_s = Z_c}$.

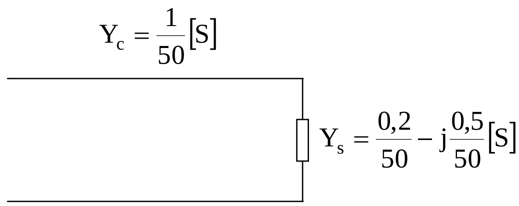
CondiŞia 1) este asiguratŁ constructiv în timp.

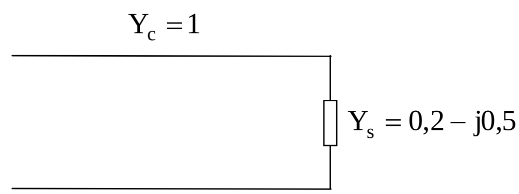
CondiŞia 2) nu este asiguratŁ aproape niciodatŁ.

Este necesar, în mŁsura în care $Z_s \neq Z_c$, sŁ interpunem circuite de adaptare care sŁ nu consume putere activŁ. Ca atare, elementele de circuit introduse trebuie sŁ fie pur reactive (bobine кi condensatoare).

A CU 1 ELEMENT REACTIV

Se considerŁ o linie cu $Y_c = \frac{1}{50}[S]$, $Y_s = \frac{0,2}{50} - j\frac{0,5}{50}[S]$ кi $\lambda = 30$ cm. La ce distanŞŁ de sarcinŁ are loc adaptarea кi ce elemente s-au introdus ?





MŁrimi nenormalizate | MŁrimi normalizate

- se normalizeazŁ Y_c кi Y_s;
- se reprezintŁ pe diagramŁ Y_s кi prin el se traseazŁ cercul S = ct.;
- se traseazŁ raza vectoare prin Y_s pânŁ intersecteazŁ scala din exteriorul diagramei;
- din Y_s **ne deplasăm pe cercul S = ct., dinspre sarcină spre generator, până găsim intersecția cu cercul unitar G = 1**. Punctul gŁsit reprezintŁ Y_i:

Solu<u>Şia 1</u>

$$Y_i = 1 + j2,15.$$

- pentru a determina distanŞa dintre Y_i кi Y_s se citeкte pe scala exterioarŁ lungimea arcului de cerc corespunzŁtor acestei distanŞe:

$$\frac{l}{\lambda} = 0,075 + 0,19 = 0,265;$$

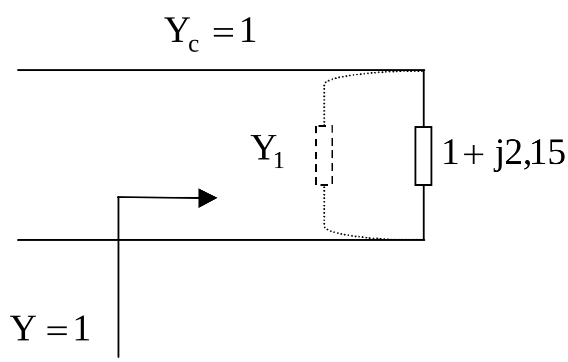
- pentru λ = 30 cm avem:

$$0,265 \cdot 30 = 7,95 \quad \Rightarrow \quad l = 7,95 \text{ cm};$$

- pentru a realiza adaptarea se monteazŁ în paralel cu Y_i o altŁ admitanŞŁ Y_1 astfel încât rezultanta lor sŁ fie Y = 1;
- valoarea admitanŞei Y_1 se aflŁ din relaŞile: $Y_1 \| Y_i$ кi $Y = Y_1 + Y_i \Rightarrow$ $Y_1 = Y - Y_i = -j2,15$;

кi valoarea elementului reactiv introdus se
Y_1:

$$Y_1 = -j2,15 \cdot \frac{1}{50}\,[S].$$



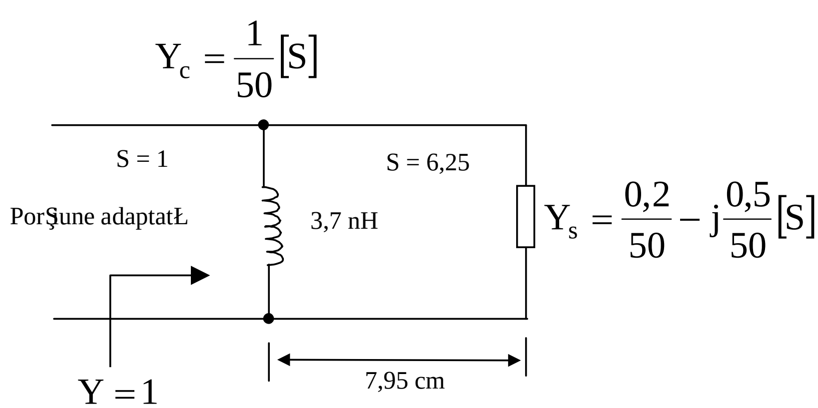
Semnul ñ-ò indicŁ **caracter inductiv**, adicŁ elementul reactiv introdus este o **bobină**.

OBSERVAŜIE

Pentru λ = 30 cm, frecvenŞa este: f = 1 GHz;

$$Y_1 = -j2,15 \cdot \frac{1}{50} = -j\frac{1}{\omega L} \quad \Rightarrow \quad L = 3,7\ \text{nH}.$$

În urma realizŁrii adaptŁrii, porŞiunea de circuit se prezintŁ ca în figura urmŁtoare:



… cercul unitar determină admitanța:

$$Y_i' = 1 - j2{,}15.$$

- pentru a determina distanŞa dintre aceastŁ admitanŞŁ кi Y_s se citeкte pe scala exterioarŁ lungimea arcului de cerc corespunzŁtor acestei distanŞe:

$$\frac{l}{\lambda} = 0{,}075 + 0{,}31 = 0{,}385;$$

- pentru λ = 30 cm avem:

$$0{,}385 \cdot 30 = 11{,}55 \quad \Rightarrow \quad l' = 11{,}55\ \text{cm};$$

- pentru a realiza adaptarea se monteazŁ în paralel cu Y_i' o altŁ admitanŞŁ Y_1' astfel încât rezultanta lor sŁ fie Y = 1;

- valoarea admitanŞei Y_1' se aflŁ din relaŞile: $Y_1' \| Y_i'$ кi $Y = Y_1' + Y_i'$ $\Rightarrow Y_1' = Y - Y_i' = j2{,}15$;

- pentru a determina tipul кi valoarea elmentului reactiv introdus se **denormalizează** admitanŞa Y_1' :

$$Y_1' = j2{,}15 \cdot \frac{1}{50}\,[S].$$

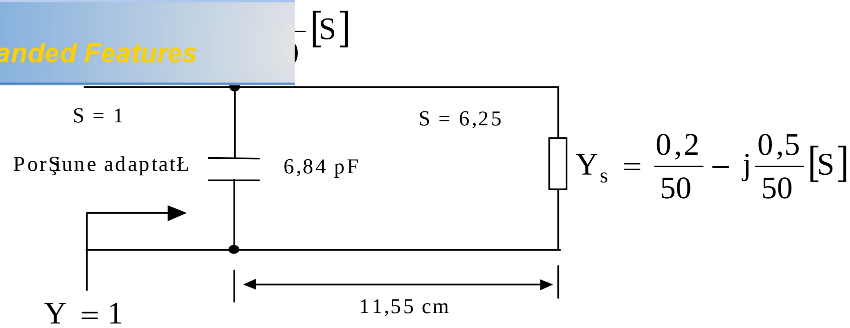
Semnul ñ+ò indicŁ **caracter capacitiv**, adicŁ elementul reactiv introdus este un **condensator**.

OBSERVAŜIE

Pentru λ = 30 cm, frecvenŞa este: f = 1 GHz;

$$Y_1' = j2{,}15 \cdot \frac{1}{50} = j\omega C \quad \Rightarrow \quad C = 6{,}84\,\text{pF}.$$

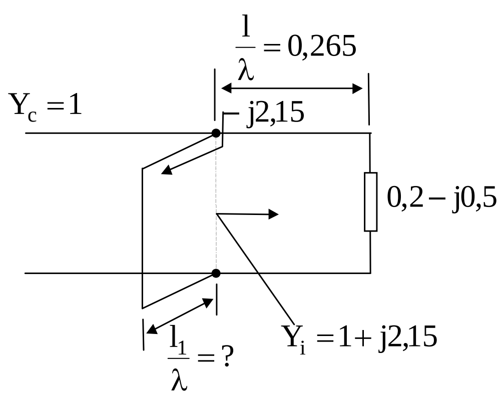
În urma realizŁrii adaptŁrii, porŞiunea de circuit se prezintŁ ca în figura urmŁtoare:



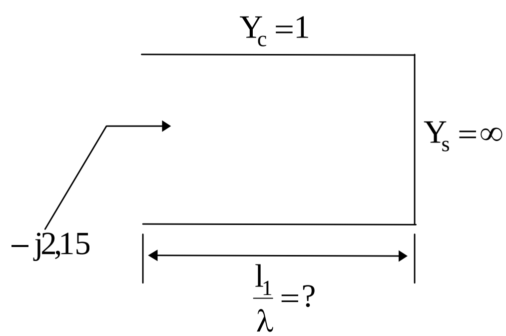
Adaptarea cu o linie terminată în scurtcircuit

Pentru aceeaşi aplicaţie, să se determine lungimea liniei de scurtcircuit care va înlocui elemntele reactive de mai sus.

Porţunea de circuit devine:



Porţunea de circuit cu linia terminată în scurtcircuit



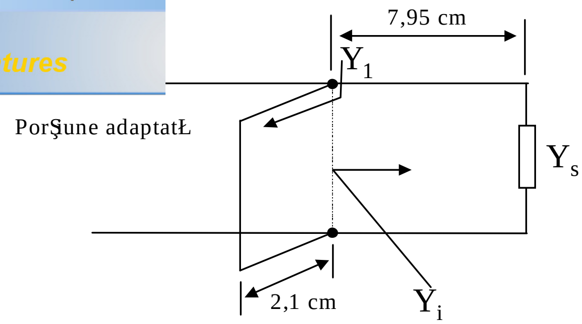
Linia terminată în scurtcircuit scurtcircuit

Soluția 1

Pentru a determina lungimea liniei de scurtcircuit se marchează pe diagramă $Y_1 = -j2{,}15$. Se măsoară pe scala exterioară distanţa din punctul de scurtcircuit până în punctul marcat:

$$\frac{l_1}{\lambda} = 0{,}32 - 0{,}25 = 0{,}07 \quad \Rightarrow \quad l_1 = 0{,}07 \cdot 30 = 2{,}1\,\text{cm}.$$

În mărimi denormalizate, circuitul devine:

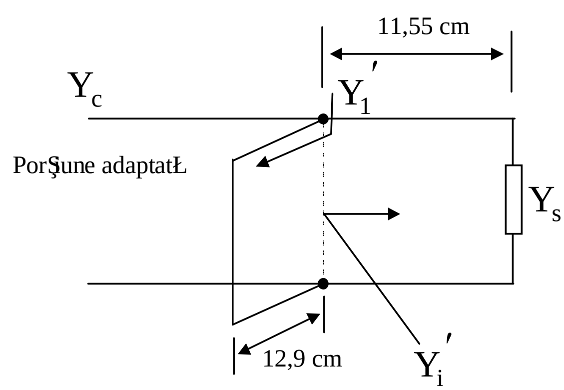


Soluția 2

Pentru a determina lungimea liniei de scurtcircuit se marcheazŁ pe diagramŁ $Y_1' = j2{,}15$. Se mŁsoarŁ pe scala exterioarŁ distanŞa din punctul de scurtcircuit pânŁ în punctul marcat:

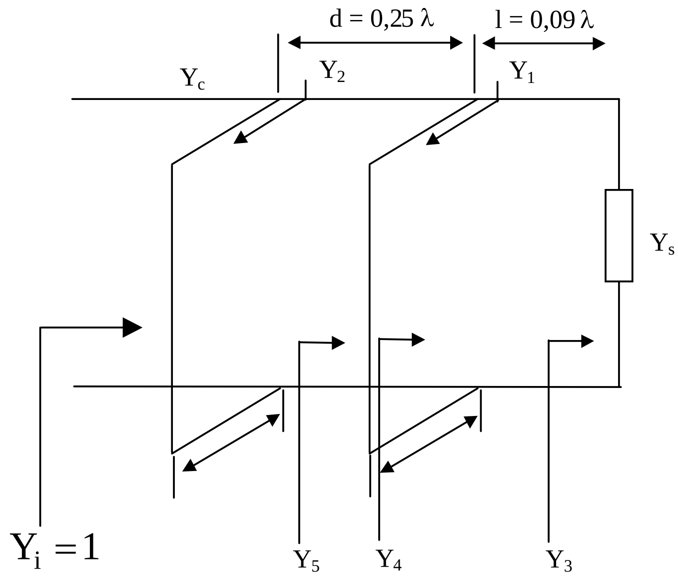
$$\frac{l_1'}{\lambda} = 0{,}25 + 0{,}18 = 0{,}43 \;\Rightarrow\; l_1' = 0{,}43 \cdot 30 = 12{,}9\ \text{cm}.$$

În mŁrimi denormalizate, circuitul devine:



ea cu 2 elemente reactive

Pentru a realiza adaptarea sarcinii normalizate $Y_s = 0{,}35 - j0{,}9$ se foloseşte un sistem de 2 linii terminate în scurtcircuit distanţate între ele cu distanţa $0{,}25\lambda$ şi amplasat faţă de sarcină la distanţa $l = 0{,}09\lambda$. Ce valoare au admitanţele de adaptare Y_1 şi Y_2, respectiv lungimile lor l_1 şi l_2 ?



- se reprezintă pe diagramă punctul Y_s şi se trasează cercul S = ct;
- prin Y_s se duce raza vectoare;
- din Y_s ne deplasăm pe cercul S = ct., dinspre sarcină spre generator, cu l = 0,09 λ şi se determină Y_3 prin coordonatele sale:

$G_3 = 0{,}2$ şi $B_3 = -0{,}19$;

- se trasează **cercul unitar** (G = 1) **rotit** cu d = 0,25 λ **în sens invers** (dinspre generator spre sarcină);
- se trasează cercul G_3 = ct. şi se iau intersecţiile cu cercul unitar rotit (se determină astfel Y_4);
- se citesc coordonatele lui Y_4:

$G_4 = G_3 = 0{,}2$ şi $B_4^1 = -0{,}4,\ B_4^2 = 0{,}4;$

-Y_3 este în paralel cu Y_1 şi Y_4 este rezultanta celor două admitanţe:

$$Y_1 = Y_4 - Y_3 = (G_4 + jB_4) - (G_3 + jB_3) = j(B_4 - B_3);$$

$$Y_1^1 = j(B_4^1 - B_3) = j(-0,4 + 0,19) = -j0,21;$$

$$Y_1^2 = j(B_4^2 - B_3) = j(0,4 + 0,19) = j0,59;$$

- se traseazŁ cercurile S = ct. prin punctele Y_4 ĸi se determinŁ intersecŞiile lor cu cercul unitar G = 1;

OBSERVAŜIE

În exemplul de faŞŁ avem un singur cerc S = ct. ca urmare a simetriei figurii.

-se citesc punctele de intersecŞie care reprezintŁ Y_5 (G_5 ĸi B_5):

$$Y_5^1 = 1 + j2,15 \qquad Y_5^2 = 1 - j2,15;$$

-Y_5 este în paralel cu Y_2 ĸi Y_i este rezultanta celor douŁ admitanŞe:

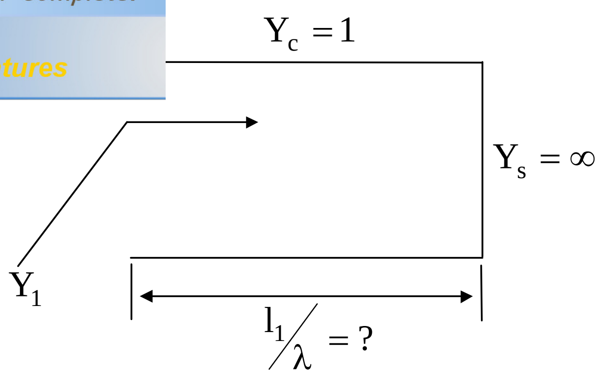
$$\mathbf{Y_i = Y_5 + Y_2;}$$

- se determinŁ Y_2:

$$Y_2 = Y_i - Y_5 = 1 - (G_5 + jB_5) = -jB_5;$$

$$Y_2^1 = -jB_5^1 = -j2,05; \qquad Y_2^2 = -jB_5^2 = j2,05;$$

- se determinŁ lungimea l_1 a segmentului de linie de scurtcircuit corespunzŁtor admitanŞei Y_1;



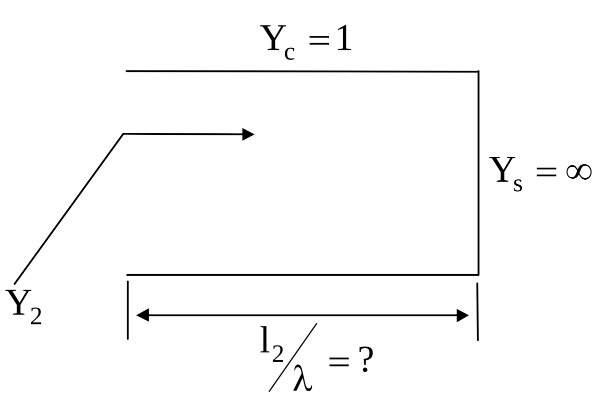
- se marcheazŁ pe diagramŁ $Y_1^1 = -j0{,}21$;
- se reprezintŁ raza vectoare prin Y_1^1;
- cercul S = ct. nu mai trebuie trasat fiindcŁ este G = 0 al diagramei;
- se porneкte din punctul de scurtcircuit (∞) кi ne deplasŁm **dinspre sarcină spre generator** pânŁ în punctul marcat;
- se citeкte pe scala exterioarŁ valoarea raportului l_1/λ :

0,468 ï 0,25 = 0,218 $\Rightarrow l_1^1 = 0{,}218\lambda$;

- se marcheazŁ pe diagramŁ $Y_1^2 = j0{,}59$;
- se reprezintŁ raza vectoare prin Y_1^2;

0,25 + 0,085 = 0,335 $\Rightarrow l_1^2 = 0{,}335\lambda$;

- se determinŁ lungimea l_2 a segmentului de linie de scurtcircuit corespunzŁtor admitanŞei Y_2;



$Y_2^1 = -j2{,}05$;

prin Y_2^1;

- cercul S = ct. nu mai trebuie trasat fiindcŁ este G = 0 al diagramei;

-se porneкte din punctul de scurtcircuit (∞) кi ne deplasŁm dinspre sarcinŁ spre generator pânŁ în punctul marcat;

-se citeкte pe scala exterioarŁ valoarea raportului l_2/λ :

$$0{,}322 - 0{,}25 = 0{,}072 \Rightarrow l_2^1 = 0{,}072\lambda;$$

- se marcheazŁ pe diagramŁ $Y_2^2 = j2{,}05$;

- se reprezintŁ raza vectoare prin Y_2^2 :

$$0{,}25 + 0{,}178 = 0{,}428 \Rightarrow l_2^2 = 0{,}428\lambda.$$

O sarcinŁ Z_s = **100** Ω trebuie conectatŁ la o linie cu $\mathbf{Z_c}$ **= 50** Ω, adaptarea ñperfectŁò fiind realizatŁ la $\mathbf{f_0}$ **= 1000 MHz**, într-o bandŁ de minimum **350 MHz**. Coeficientul rezidual de reflexie acceptat în bandŁ este cel mult **1/100** din cel obŞnut la conectarea directŁ a sarcinii de linie.

AlegeŞi soluŞia cu transformatorul binomial ĸi determinaŞi numŁrul N de tronsoane necesare, impedanŞele lor caracteristice precum ĸi lungimile lor, dacŁ factorul de scurtare este **0,8** în toate cazurile.

DesenaŞi caracteristica de reflexie a sistemului de adaptare cât ĸi o structurŁ posibilŁ a sa.

$$\Gamma_M = \frac{Z_s - Z_c}{Z_s + Z_c} = \frac{100-50}{100+50} = \frac{1}{3};$$

$$\Gamma_m = \Gamma_M \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{300};$$

$$(\cos\theta)^N = 0{,}01;$$

ConsiderŁm N = 3 tronsoane pentru cŁ banda este relativ mare:

$$\cos\theta = \sqrt[3]{0{,}01} = 0{,}2154 \quad \Rightarrow \quad \theta = 77{,}55^0;$$

Se transformŁ unghiul θ în radiani:

180^0 é é é é é é é é .. π rad
$77{,}55^0$ é é é é é é é ... x rad $\Rightarrow x \cong 1{,}3536$ rad $\Rightarrow \theta \cong 1{,}3536$ rad.

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\frac{\pi}{2}} = 4\frac{\frac{\pi}{2} - \theta}{\pi} = 4\frac{1{,}5708 - 1{,}3537}{3{,}1416} \cong 0{,}2760$$

sau

$\Delta f = 0{,}2760 \cdot 1000 = 276 \text{ MHz} < 350 \text{ MHz} \Rightarrow$ banda este insuficientŁ.
În aceste condiŞii adaptŁm N = 4 tronsoane:

$$62 \quad \Rightarrow \quad \theta \cong 1{,}2490 \text{ rad};$$

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\frac{\pi}{2}} = 4\frac{\frac{\pi}{2} - \theta}{\pi} = 4\frac{1{,}5708 - 1{,}2490}{3{,}1416} \cong 0{,}4097$$

sau

$\Delta f = 0{,}4097 \cdot 1000 = 409{,}7 \text{ MHz} > 350 \text{ MHz} \Rightarrow$ banda este suficientŁ.

Pentru aceastŁ aplicaŞe numŁrul de tronsoane este $N = 4$.

Pentru a determina impedanŞele caracteristice se utilizeazŁ formula:

$$\frac{1}{2^N} \cdot \Gamma_M \cdot C_N^n = \frac{Z_{c_{n+1}} - Z_{c_n}}{Z_{c_{n+1}} + Z_{c_n}};$$

$$\frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{3} \cdot C_4^0 = \frac{Z_{c_1} - Z_{c_0}}{Z_{c_1} + Z_{c_0}}.$$

OBSERVAŜ IE

În acest caz, impedanŞa $Z_{c_0} \equiv Z_c = 50\,\Omega$.

$$\Rightarrow Z_{c_1} = \frac{49}{47} Z_{c_0} \cong 52{,}1\,\Omega;$$

$$\frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{3} \cdot C_4^1 = \frac{Z_{c_2} - Z_{c_1}}{Z_{c_2} + Z_{c_1}}$$

$$\Rightarrow Z_{c_2} = \frac{13}{11} Z_{c_1} = \frac{13}{11} \cdot \frac{49}{47} Z_{c_0} \cong 61{,}6\,\Omega;$$

$$\frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{3} \cdot C_4^2 = \frac{Z_{c_3} - Z_{c_2}}{Z_{c_3} + Z_{c_2}}$$

$$\Rightarrow Z_{c_3} = \frac{9}{7} Z_{c_2} = \frac{9}{7} \cdot \frac{13}{11} \cdot \frac{49}{47} Z_{c_0} \cong 79{,}2\,\Omega;$$

$$\frac{\cdots_{4} - Z_{c_3}}{\cdots_{4} + Z_{c_3}}$$

$$\Rightarrow Z_{c_4} = \frac{13}{11} Z_{c_3} = \frac{9}{7} \cdot \left(\frac{13}{11}\right)^2 \cdot \frac{49}{47} Z_{c_0} \cong 93{,}6\,\Omega;$$

<u>OBSERVAŢIE</u>

Am determinat toate impedanţele caracteristice. Pentru verificare ar trebui ca ultima impedanţă să fie $Z_s = 100\,\Omega$:

$$\frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{3} \cdot C_4^4 = \frac{Z_s - Z_{c_4}}{Z_s + Z_{c_4}}$$

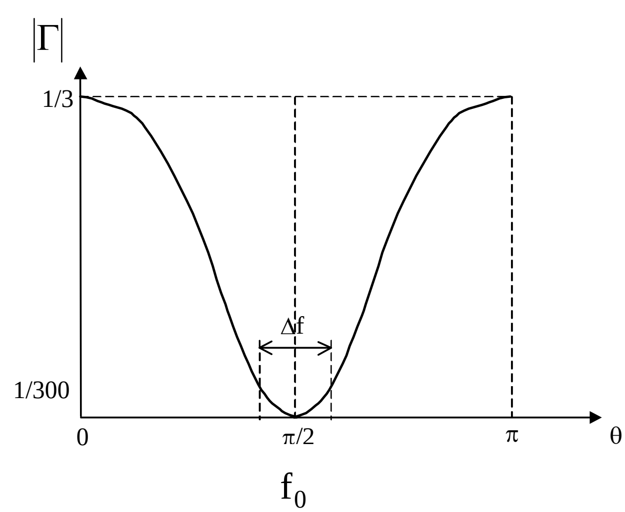
$$\Rightarrow Z_s = \frac{49}{47} Z_{c_4} = \frac{9}{7} \cdot \left(\frac{13}{11} \cdot \frac{49}{47}\right)^2 \cdot Z_{c_0} \cong 97{,}6\,\Omega \neq 100\,\Omega.$$

Eroarea procentuală este destul de mică (doar 2,4 %).

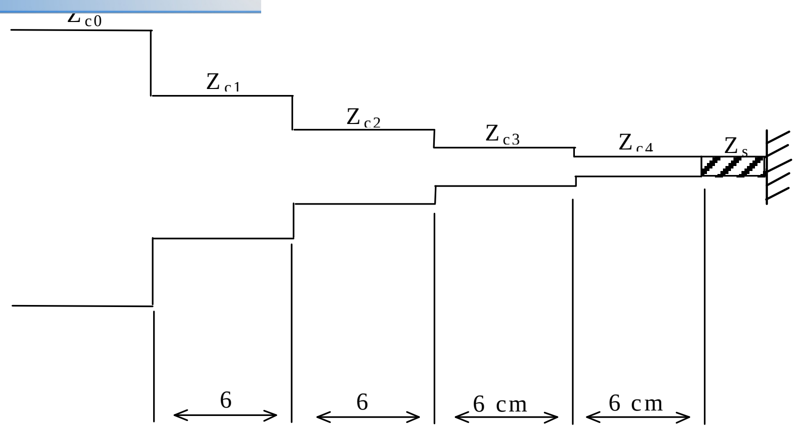
La frecvenţa $f_0 = 1\,\text{GHz} \Rightarrow \lambda_0 = 30\,\text{cm}$. Factorul de scurtare fiind 0,8 , rezultă:

$$\lambda = 0{,}8 \cdot \lambda_0 = 24\,\text{cm}.$$

În acest caz, toate segmentele au lungimea $\lambda/4 \Rightarrow l = 24/4 = 6\,\text{cm}$.

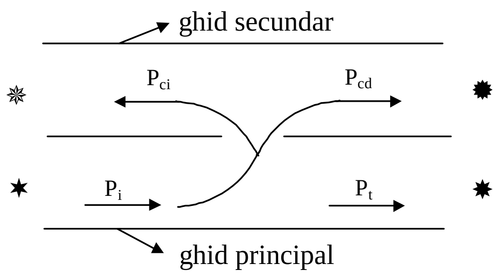


de reflexie a sistemului de adaptare



Structura sistemului de adaptare

Este un sistem de douŁ ghiduri cuplate între ele printr-o fantŁ de tip radiant. Cuplorul direcŞonal are 4 flanœe (porturi).



P_i : puterea incidentŁ

P_t: puterea transmisŁ

P_{cd}: puterea cuplatŁ direct

P_{ci}: puterea cuplatŁ invers

MŁrimi caracteristice cuplorului direcŞonal:

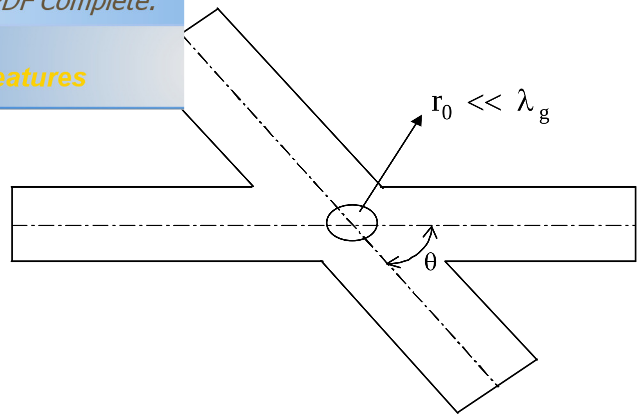
$C = \frac{P_{cd}}{P_i}$; $C[dB] = -10\log\frac{P_{cd}}{P_i}$ → **cuplaj (atenuare de cuplaj)**

$D = \frac{P_{cd}}{P_{ci}}$; $D[dB] = 10\log\frac{P_{cd}}{P_{ci}}$; → **directivitate**

$A = \frac{P_t}{P_i}$; $A[dB] = -10\log\frac{P_t}{P_i}$; → **atenuare de inserție (transmisie)**

<u>Cuplorul BETHE</u>

Este un cuplor direcŞonal ce constŁ din 2 ghiduri de undŁ suprapuse (vezi figura), cuplate slab printr-o fantŁ circularŁ având $r_0 << \lambda_g$.



a) SŁ se dimensioneze un cuplor Bethe pentru frecvenŞa $\mathbf{f_0 = 10\ GHz}$ utilizând un ghid de undŁ dreptunghiular cu **a = 2,5 cm, b = 1,25 cm**, кtiind cŁ **C = 40 dB**.

b) SŁ se determine banda de frecvenŞŁ în care $\mathbf{D \geq 40\ dB}$.

a)

Dimensionarea unui cuplor Bethe înseamnŁ determinarea valorilor pentru r_0 кi θ.

Modul dominant este $TE_{10} \Rightarrow f_{c_{10}} = \frac{c}{2a} = 6\ \text{GHz};$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = 3\,\text{cm}; \qquad \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c_{10}}}{f_0}\right)^2}} = 3{,}75\,\text{cm}.$$

$$K_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \qquad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_g};$$

$$\cos\theta = \frac{K_0^2}{2\beta^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_g}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{1}{2\left(1 - \left(\frac{f_{c_{10}}}{f_0}\right)^2\right)} = 0{,}781$$

$$\Rightarrow \theta = 38{,}64^0 = 38^0 38' 24''.$$

loarea razei r_0 se fac înlocuirile necesare în

$$C = -20\log \frac{\beta}{a \cdot b} \cdot \frac{4 \cdot r_0^3}{3} \cdot \left| \cos\theta + \frac{K_0^2}{2\beta^2} \right| =$$

$$= -20\log \frac{\beta}{a \cdot b} \cdot \frac{4 \cdot r_0^3}{3} \cdot 2\cos\theta = 40\,\mathrm{dB}$$

$$\Rightarrow r_0 = 0{,}207\ \mathrm{cm}.$$

b)

Se noteazŁ:

$$\frac{K_0^2}{2\beta^2} = x;$$

$$D = 20\log\left|\frac{\cos\theta + x}{\cos\theta - x}\right| \geq 40 \Rightarrow \quad \left|\frac{\cos\theta + x}{\cos\theta - x}\right| \geq 100;$$

$$\cos\theta + x_1 = 100(\cos\theta - x_1) \Rightarrow 99\cos\theta = 101 x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{99}{101} \cdot 0{,}781 = 0{,}7655$$

$$\cos\theta + x_2 = 100(-\cos\theta + x_2) \Rightarrow 101\cos\theta = 99 x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{101}{99} \cdot 0{,}781 = 0{,}7967$$

Deci, x ia valorile:

$$0{,}7655 \leq x \leq 0{,}7967.$$

Trebuie determinate valorile corespunzŁtoare frecvenŞelor:

$$x = \frac{1}{2\left[1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]} \Rightarrow f = \frac{f_c}{\sqrt{1 - \frac{1}{2x}}};$$

$$\Rightarrow \quad f_1 = 10{,}182\ \mathrm{GHz};$$

GHz.

Frecvenţa va avea valorile cuprinse în intervalul:

$$9{,}829\,\mathrm{GHz} \le f \le 10{,}182\,\mathrm{GHz}.$$

Banda relativă de frecvenţe în care directivitatea $D \ge 40$ dB, este:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{10{,}182 - 9{,}829}{10} = 3{,}53\,\%.$$