PROBLEME PROPUSE PENTRU EXAMENUL LA PRELUCRAREA SEMNALELOR

1. a) Să se demonstreze că pentru o secvență pară $x[n]=x[-n]$ este adevărată egalitatea $X(z)=X(1/z)$.

b) să se arate că polii (zerourile) acestei transformate z sunt în perechi z_0, $1/z_0$.

c) demonstrați că semnalul în timp discret $x[n]=a^{|n|}$ este o secvență pară. Să se reprezinte grafic semnalul pentru $a=3/4$ şi $|n|<4$.

d) determinați transformata z a semnalului de la punctul c) şi domeniul de convergență.

e) găsiți polii şi zerourile acestei transformate.

2. Un SLIT cu intrarea $x(t)$ si ieşirea $y(t)$ este descris de ecuația diferențiala:

$$\frac{dy^2(t)}{dt^2}-2\frac{dy(t)}{dt}-15y(t)=x(t)$$

a) Determinați $H(s)$, funcția de transfer a sistemului. Schițați constelația de poli si zerouri.

b) Determinați $h(t)$ dacă – sistemul este stabil; - sistemul este cauzal; - sistemul nu este nici stabil nici cauzal

3. Un SLIT cu intrarea $x(t)$ şi ieşirea $y(t)$ şi având răspunsul la impuls $h(t)$ este descris de ecuația diferențială :

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3}+(1+\alpha)\frac{d^2y(t)}{dt}+\alpha(1+\alpha)\frac{dy(t)}{dt}+\alpha^2y(t)=x(t)$$

a) Determinați funcția de transfer a sistemului în funcție de α

b) Dacă $g(t)=\dfrac{dh(t)}{dt}+h(t)$ câți poli are funcția $G(s)$? Dar $H(s)$ şi care sunt aceştia?

c) Pentru $\alpha=2$ determinați $H(s)$ şi $h(t)$ dacă semnalul e cauzal.

4. Determinați transformata Laplace şi domeniul de convergență pentru fiecare din următoarele funcții de timp:

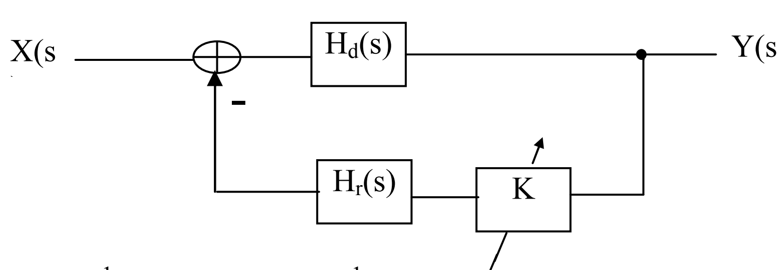
a) $x(t)=e^{-2t}\sigma(t)+e^{-3t}\sigma(t)$

b) $x(t)=e^{2t}\sigma(-t)+e^{3t}\sigma(-t)$

c) $x(t)=t\,e^{-2|t|}$

d) $x(t)=\begin{cases}1, 0\le t\le 1\\ 0, rest\end{cases}$

5. Se consideră sistemul cu reacție din figura de mai jos:



unde $H_d(s)\cdot H_r(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}$, iar $H_d(s)=\frac{1}{s+1}$.

a) Să se determine $H(s)$, funcția de transfer a sistemului cu reacție ;

b) Să se studieze stabilitatea acestui sistem în funcție de valorile parametrului K, folosind criteriul lui Nyquist ;

c) Să se găsească valoarea amplificării K pentru care câștigul în curent continuu al sistemului în buclă deschisă este identic cu câștigul în curent continuu al sistemului cu reacție.

6. Un SLIT discret este descris de ecuația cu diferențe finite: $y[n]-2y[n-1]+y[n-2]=x[n]$

a) să se determine funcția sa de transfer $H(z)$. Schițați constelația de poli și zerouri și indicați regiunea de convergență

b) să se determine răspunsul la impuls $h[n]$.

c) să se analizeze stabilitatea sistemului.

7. Se consideră sistemul din Figura 1, unde ω_0 este o pulsație constantă :

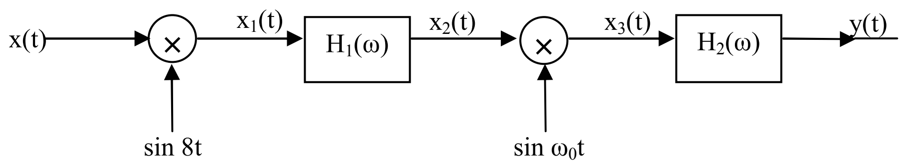


Figura 1

Spectrul semnalului de intrare este reprezentat în Figura 2.

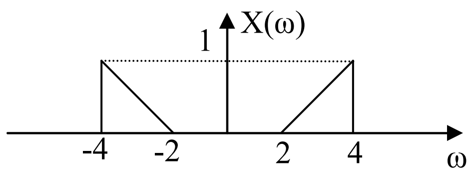


Figura 2

Se mai dau : $h_1(t)=\dfrac{\sin(7t)-\sin(3t)}{\pi t}$, respectiv $H_2(\omega)=\begin{cases}4, & daca\ |\omega|\le 5\\ 0 & in\ rest\end{cases}$

a) Să se determine și să se reprezinte grafic spectrele $X_1(\omega)$ și $X_2(\omega)$;

b) Pentru $\omega_0=2\ rad/s$, să se determine și să se reprezinte grafic $X_3(\omega)$ și $Y(\omega)$;

c) Care ar trebui să fie valoarea pulsației ω_0, astfel încât $Y(\omega)$ să fie identic cu $X(\omega)$. Pentru această valoare reprezentați grafic $X_3(\omega)$.

8. Un SLIT are răspunsul: $y(t)=(2e^{-2t}-2e^{-4t})\sigma(t)$ dacă la intrare se aplică semnalul $x(t)=(2e^{-2t}-e^{-3t})\sigma(t)$.

a) determinați răspunsul în frecvență al sistemului, $H(s)$.

b) determinați funcția pondere a sistemului, $h(t)$.

c) care este ecuația diferențiala care descrie sistemul,

d) dați o implementare posibilă a sistemului.

9. Se consideră SLIT discret caracterizat de ecuația cu diferențe finite: $y[n]-\frac{2}{3}y[n-1]+\frac{1}{9}y[n-2]=x[n]$

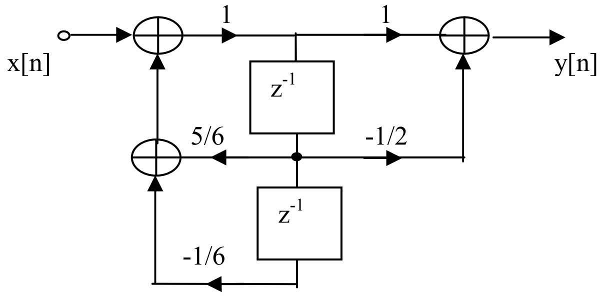
Sistemul este considerat cauzal și în stare de repaus inițial.

a) Să se determine funcția de transfer a sistemului, $H(z)$;

b) Să se găsească răspunsul la impuls al acestui sistem;

c) Să se dea o formă de implementare a sistemului utilizând blocuri de întârziere.

10. Se consideră sistemul în timp discret, cauzal, din figură:



a. Să se găsească funcția de transfer a acestui sistem, $H(z)$, precum şi răspunsul său la impuls, $h[n]$;

b. Să se determine răspunsul în frecvență al sistemului, $H(\Omega)$ şi să se schițeze modulul său pentru $\Omega \in [-\pi, \pi]$. Să se justifice existența lui $H(\Omega)$.

c. Care este amplitudinea semnalului de la ieşirea sistemului daca la intrarea sa se aduce semnalul: $x[n] = \frac{10}{9}\sin\left[\frac{\pi}{2}n\right]$?

11. Se consideră SLIT şi cauzal descris de ecuația diferențială:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - (1+2\alpha)\frac{dy(t)}{dt} + (\alpha^2 + \alpha - 2)y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 4x(t)$$

cu condiții inițiale nule, unde α este un parametru real.

a. Să se determine funcția de transfer a sistemului, $H(s)$

b. Să se găsească domeniul de valori ale parametrului α, pentru care sistemul este stabil.

c. Să se scrie expresia semnalului de la ieşirea sistemului, dacă la intrarea sa se aduce semnalul $x(t) = \cos t$. Se consideră $\alpha = -3$.

12. Relația intrare-ieşire a unui SLITD este descrisă de ecuația:

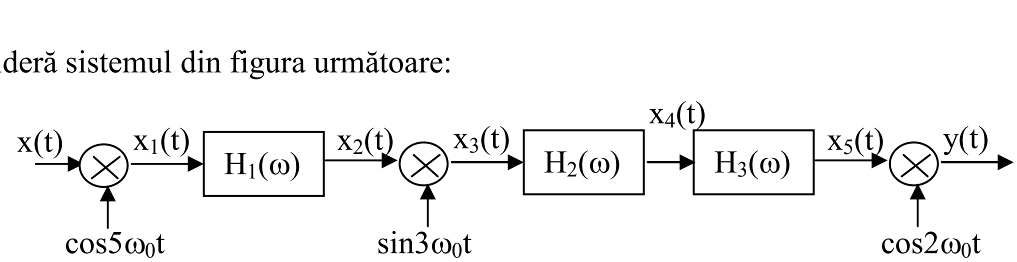
$$y[n] - y[n-1] + \frac{1}{4}y[n-2] = 2x[n] - x[n-1]$$

a. Să se determine funcția de transfer a acestui sistem, $H(z)$ precum şi răspunsul său la impuls, $h[n]$;

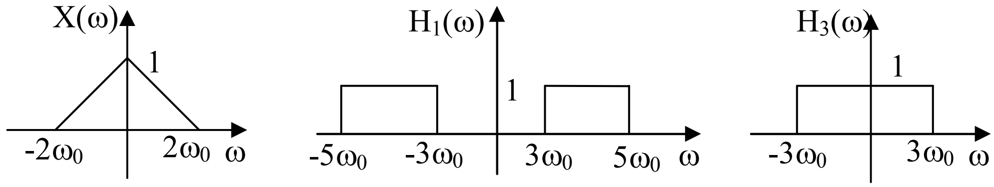
b. Cum răspunde sistemul dacă la intrarea sa este adus semnalul: $x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\sigma[n-1]$?

c. Să se schițeze o implementare a acestui sistem, folosind un număr minim de blocuri de întârziere.

13. Se consideră sistemul din figura următoare:



Se cunoaşte că:



unde ω_0 este o pulsație constantă. Funcția de transfer a filtrului $H_2(\omega)$ este: $H_2(\omega) = \begin{cases} e^{-j\frac{\pi}{2}}, \omega > 0 \\ e^{j\frac{\pi}{2}}, \omega < 0 \end{cases}$

Să se reprezinte grafic spectrele semnalelor $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$, $x_5(t)$ şi $y(t)$.

14. Să se determine semnalele în timp discret care corespund următoarelor transformate Z:

a. $X(z) = \dfrac{3z^2}{(z-\frac{1}{3})(z-\frac{1}{4})}$

b. $X(z) = \dfrac{(1-\frac{1}{3}z^{-1})}{(1-z^{-1})(1+2z^{-1})}$

c. $X(z) = 4(1+z^{-3})(1-z^{-2})$

d. $X(z) = \dfrac{1}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})^2}$, $|z| > 1/4$

15. Fie funcția de transfer a unui SLITD: $H(z) = \dfrac{1-z^{-1}}{1-2z^{-1}+0.75z^{-2}}$

a. Determinați poli şi zerourile sistemului.

b. Determinați răspunsul la impuls, $h[n]$, astfel încât sistemul să fie cauzal.

c. Implementați sistemul, folosind un număr minim de celule de întârziere

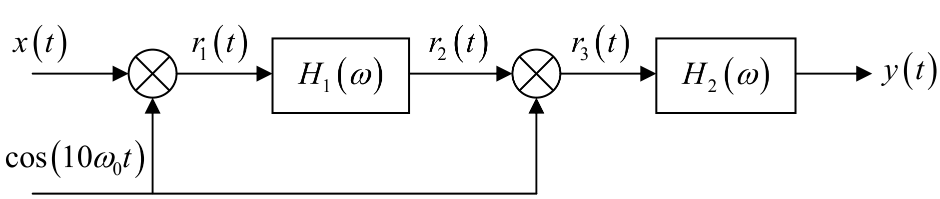
16. Se consideră SLIT continuu caracterizat de ecuația diferențială: $\dfrac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$

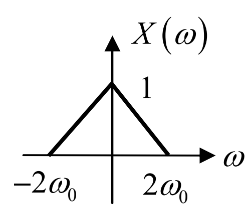
a. Să se determine răspunsul în frecvență $H_c(\omega)$, respectiv răspunsul la impuls, $h_c(t)$ al acestui sistem.

b. Să se determine răspunsul la impuls $h_d[n]$, respectiv funcția de transfer $H_d(z)$ a sistemului în timp discret care echivalează sistemul în timp continuu pe baza metodei invarianței răspunsului la impuls.

c. Schițați formele de implementare pentru sistemele de la punctele a) şi b)

17. Se consideră sistemul din figură:



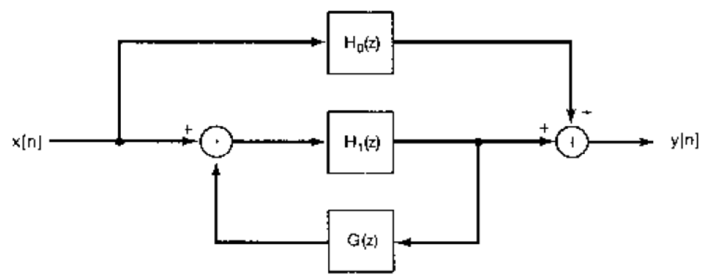


unde $h_1(t)$ şi $h_2(t)$ au expresiile: $h_1(t) = \dfrac{\sin 9\omega_0 t}{\pi t}$ şi $h_2(t) = \dfrac{\sin 11\omega_0 t}{\pi t}$ şi ω_0 este constantă.

a. Determinați expresia lui $Y(\omega)$ în funcție de $X(\omega)$, dacă $x(t)$ este un semnal de bandă limitată, $|\omega| \le 2\omega_0$.

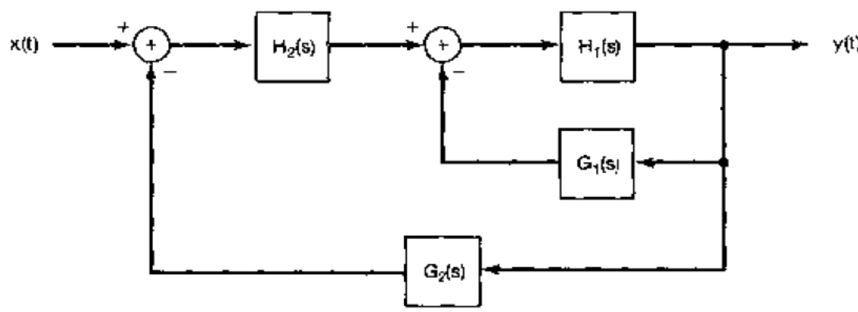
b. Reprezentați grafic spectrele semnalelor $r_1(t)$, $r_2(t)$, $r_3(t)$ și $y(t)$ pentru semnalul $x(t)$ cu graficul din figură.

18. a. Fie un sistem obținut prin conectarea a două SLIT discrete ale căror funcții de transfer sunt $H_1(z)$, respectiv $H_0(z)$



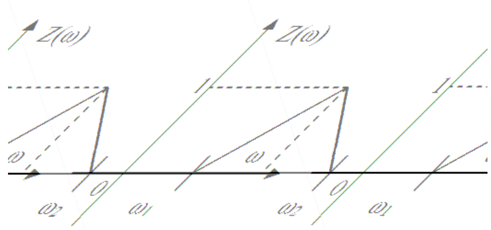
Determinați funcția întregului sistem în funcție de $H_1(s)$, $H_0(s)$ și $G(s)$.

b. Fie sistemul obținut prin conectarea sistemelor discrete LIT din figura:



Determinați funcția întregului sistem în funcție de $H_1(s), H_2(s), G_1(s)$ şi $G_2(s)$.

19. Se consideră semnalul $z(t)$ de bandă limitată, la intervalul $[\omega_1, \omega_2]$ cu spectrul din figură:

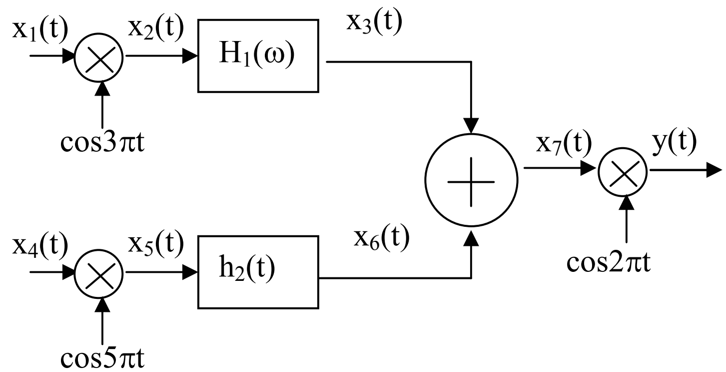


Se notează: $\omega_c = \dfrac{\omega_2 + \omega_1}{2}$, şi $\omega_M = \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{2}$

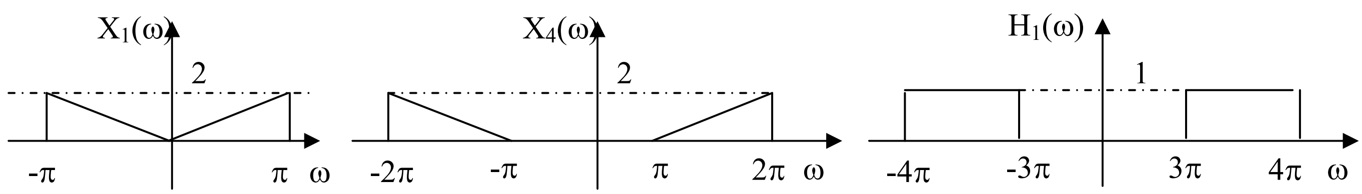
a. arătați ca este valabila relația $z(t) = x_1(t) e^{j\omega_c t}$, unde $x_1(t)$ este un semnal de bandă limitată la intervalul $[-\omega_M, \omega_M]$.

b. utilizând formula de recuperare a semnalului $x_1(t)$ din eşantioanele sale, determinați cea mai mare valoare T pentru care este valabilă relația: $z(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} z(nT)e^{j\omega_e(t-nT)}\dfrac{\sin\left[\pi\left(\dfrac{t}{T}-n\right)\right]}{\pi\left(\dfrac{t}{T}-n\right)}$

20. Se consideră sistemul din figură:



unde $H_1(\omega)$ şi spectrele semnalelor $x_1(t)$ şi $x_4(t)$ sunt cele de mai jos :

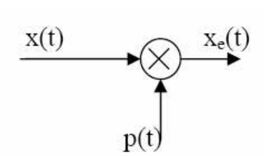


a. Să se determine şi să se reprezinte grafic spectrele $X_2(\omega)$, $X_3(\omega)$ şi $X_5(\omega)$;

b. Ştiind că $h_2(t)=\dfrac{\sin\omega_0 t}{\pi t}$, determinați cea mai mică valoare a pulsației ω_0 pentru care $x_7(t)=\dfrac{\sin 4\pi t-\sin 3\pi t}{\pi t}$.

c. Determinați frecvența minimă de eşantionare, $f_{e\min}$, pentru care semnalul $y(t)$ poate fi recuperat din eşantioanele sale prin filtrare trece-jos ideală. Reprezentați grafic spectrul semnalului $y(t)$.

21. Se consideră sistemul din figură. Semnalul $x(t)$ este un semnal de banda limitată la intervalul $\left[-\omega_{M,}\ \omega_M\right]$, iar $p(t)$ este un semnal periodic de perioada $T=\pi/\omega_M$.



a. Notând cu $X(\omega)$ spectrul semnalului $x(t)$ şi cu a_n coeficienții dezvoltării Fourier a semnalului $p(t)$, arătați că spectrul semnalului eşantionat se poate scrie: $X_e(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n X(\omega-n\omega_e)$, $\omega_e=?$

b. Presupunând că $x(t)$ are o componentă continuă nenulă $a_0\neq 0$, arătați că $x(t)$ se poate recupera din $x_e(t)$ prin filtrare trece-jos ideală şi determinați parametrii filtrului trece-jos.

c. Dacă $x(t)$ are spectrul din figură reprezentați modulul spectrului semnalului $x_e(t)$ în următoarele cazuri: $p(t)=\delta_T(t)$ şi $p(t)=\delta_T(t-\Delta)$.

22. Se consideră semnalul periodic $x(t)$, cu dezvoltarea în serie Fourier: $x(t)=\sum_{k=0}^{4}\left(\frac{1}{3}\right)^k \cos(k\pi t)$

Fie $x_e(t)$ semnalul obținut prin eşantionarea lui $x(t)$ cu frecvența de eşantionare, $f_e = 4Hz$.

a. Determinați şi reprezentați grafic spectrul semnalului $x(t)$

b. Determinați şi reprezentați grafic spectrul semnalului $x_e(t)$

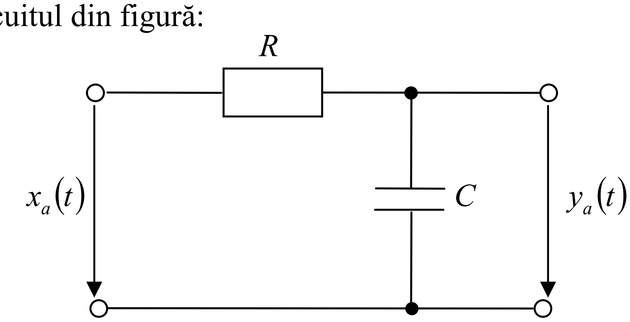
c. Apare fenomenul de aliere în acest caz? Justificați răspunsul!

23. Fie $x(t)=\sin 200\pi t + 2\sin 400\pi t$ şi $g(t)=x(t)\cdot\sin 400\pi t$.

a. Determinați şi reprezentați grafic spectrele $X(\omega)$ şi $G(\omega)$.

b. Produsul $g(t)\cdot\sin 400\pi t$ este trecut printr-un filtru trece jos ideal cu frecvența de tăiere 400π şi câştigul în banda de trecere egal cu 2. Determinați şi reprezentați grafic semnalul obținut la ieşirea filtrului trece jos.

24. Se consideră circuitul din figură:



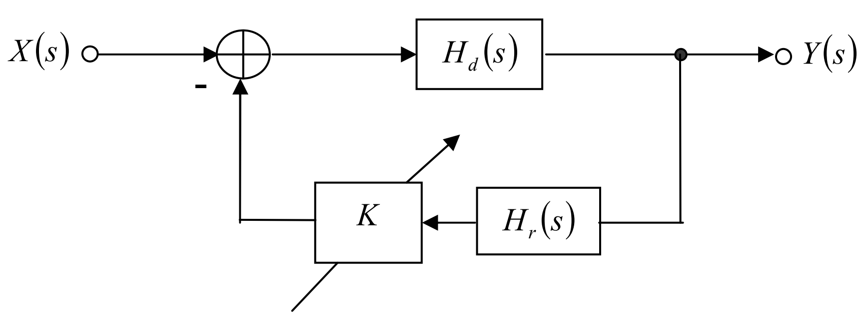
a. Determinați $H_a(\omega)$ şi $H_a(s)$, funcția de transfer al circuitului

b. Precizați: pulsația ω_0, frecvența de tăiere f_0 şi constanta de timp τ al circuitului, dacă $R = 100k\Omega$ şi $C = 0.01\mu F$.

c. Folosind tabelele găsiți şi reprezentați grafic răspunsul la impuls, $h_a(t)$.

d. Determinați răspunsul la impuls al unui sistem discret, ce simulează circuitul dat prin metoda invarianței răspunsului la impuls, precum şi funcția sa de transfer. Discretizarea se efectuează cu o perioada de eşantionare, $T_e = 0.1ms$.

25. Se consideră sistemul din figură:



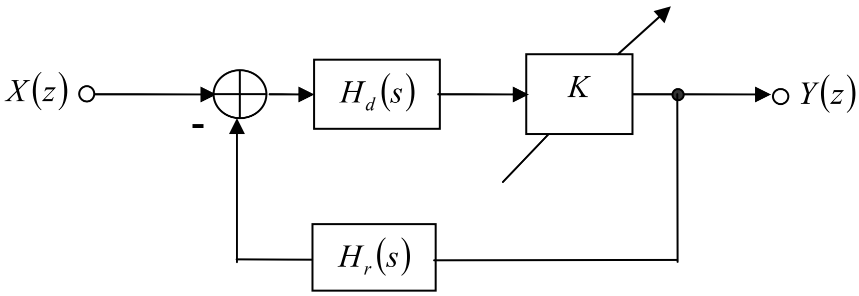
a. Să se determine funcția de transfer a sistemului în buclă închisă ştiind că amplificarea în buclă deschisă este:

$$H_d(s)\cdot H_r(s)=\frac{s+1}{s^2-4}$$

b. Analizați stabilitatea sistemului în buclă deschisă. Determinați $\operatorname{Re}\{H_d(j\omega)\cdot H_r(j\omega)\}$ şi $\operatorname{Im}\{H_d(j\omega)\cdot H_r(j\omega)\}$

c. Să se determine, aplicând criteriul lui Nyquist, domeniul de valori ale parametrului K, pentru care sistemul cu reacție este stabil.

26. Fie sistemul cu reacție din figură:

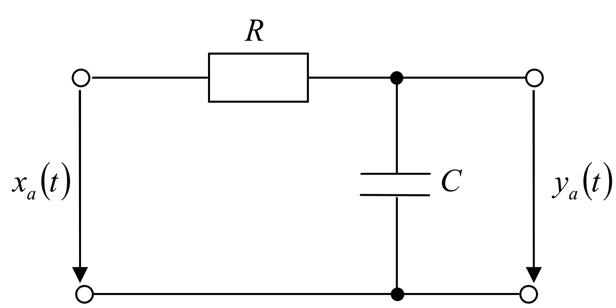


a. Să se determine funcția de transfer al sistemului în buclă închisă

b. Ştiind, că: $H_r(z)\cdot H_d(z)=\frac{1}{z-\frac{1}{2}}$, determinați: $\operatorname{Re}\{H_r(e^{j\Omega})\cdot H_d(e^{j\Omega})\}$ şi $\operatorname{Im}\{H_r(e^{j\Omega})\cdot H_d(e^{j\Omega})\}$

c. Să se determine, aplicând criteriul lui Nyquist, domeniul de valori ale parametrului K, pentru care sistemul cu reacție este stabil.

27. Fiind dat circuitul din figură:



a. Să se determine expresia funcției sale de transfer $H_a(s)$, a răspunsului său în frecvență $H_a(\omega)$şi a răspunsului său la impls, $h_a(t)$, dacă se consideră $\tau = R\cdot C$.

b. Determinați răspunsul la impuls al unui sistem discret, ce simulează circuitul dat prin metoda invarianței răspunsului la impuls, $h_d[n]$ precum şi funcția sa de transfer, $H_d(z)$. Să se reprezinte grafic în acelaşi desen $h_a(t)$ şi $h_d[n]$.

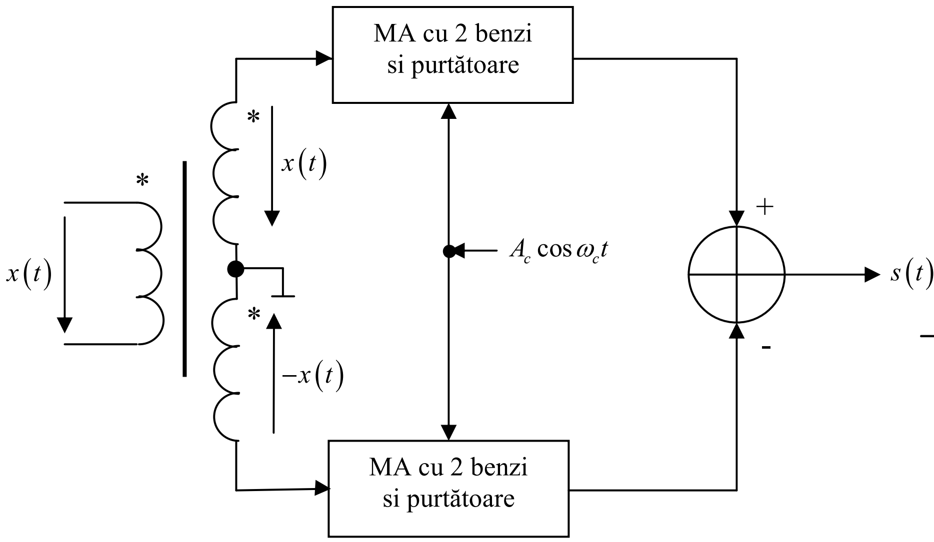
c. Deteminați $H_d(\Omega)$, răspunsul în frecvență al sistemului în timp discret obținut. Reprezentați grafic $|H_d(\Omega)|$ şi $|H_a(\omega)|$ pentru $\tau = R\cdot C$.

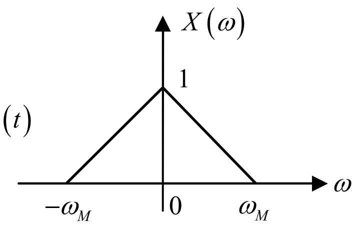
28. Un sistem cu reacție are funcțiile de transfer: $H_d(s)=\frac{10}{s+1}$, $H_r(s)=\frac{1}{s+10}$

a. Să se determine $G(s)$, câştigul în bucla de reacție deschisă, şi să se analizeze stabilitatea acestuia.

b. În ipoteza că în bucla de reacție închisă se introduce un câştig K, să se determine, aplicând criteriul lui Nyquist, domeniul de valori ale parametrului K pentru care sistemul cu reacție este stabil.

29. În figură se dă schema bloc a unui modulator „echilibrat". Cele două modulatoare MA cu purtătoare şi două benzi sunt alimentate cu semnalul $x(t)$ în antifază.
Pentru $x(t)$ având spectrul $X(\omega)$, ($\omega_c >> \omega_M$) determinați $S(\omega)$ şi arătați, că $s(t)$ este un semnal MA cu purtătoare suprimată.





30. Se consideră sistemul analogic liniar şi invariant în timp descris de ecuația: $\frac{dy(t)}{dt}+2y(t)=2x(t)$

a. Să se determine răspunsul în frecvență $H(\omega)$ al acestui sistem şi să se reprezintă grafic, modulul său.

b. Să se determine răspunsul la impuls al unui sistem discret ce echivalează sistemul analogic considerat prin metoda invarianței răspunsului la impuls, precum şi funcția sa de transfer.

c. Să se reprezinte grafic modulul răspunsului în frecvență $H(\Omega)$, pentru sistemul de la punctul b, pe intervalul $[-\pi,\pi]$. Să se precizeze amplitudinea semnalului de la ieşirea acestui sistem dacă la intrare se aplică semnalul $x[n]=\cos\frac{\pi}{2}n$.