

# **Modulatia cu unda continua**

Procedeu esential in comunicatiile analogice.

## **Definitii**

Modulatia este un procedeu de transfer de informatie de la un semnal, numit modulator, la un alt semnal, numit purtator, mai bine adaptat la nevoile procesului de transmisie a informatiei, obtinandu-se un nou semnal, numit semnal modulat.

Semnal modulator-generat de sursa de informatie-semnal in baza de baza.

Proces de transmisie-canal de comunicatii-banda de frecvente adecvata.

## Exemplu

Transmisii radio

Banda de baza: 0 – 20 KHz,

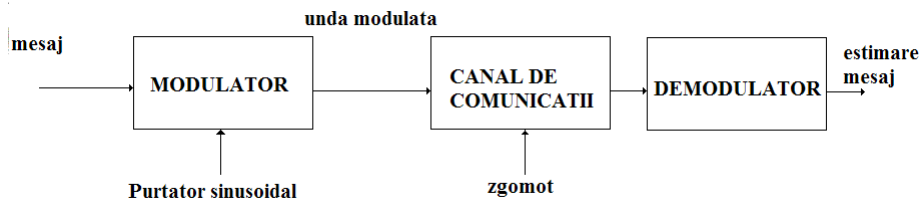
Frecventa minima a benzii de frecvente a canalului > 30 KHz.

Translatia de frecventa este realizata folosind modulatia.

O forma uzuala de semnal purtator este sinusoida – modulatie in unda continua.

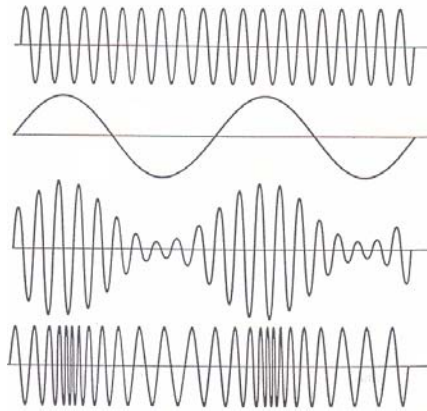
Procedeul invers modulatiei, prin care pornind de la semnalul modulat se reconstruieste semnalul modulator se numeste demodulatie.

## Componentele esentiale ale unui sistem de comunicatie, folosind modulatia in unda continua



# Clasificare

- Modulatia de amplitudine,
- Modulatia de unghi (exponentiala).

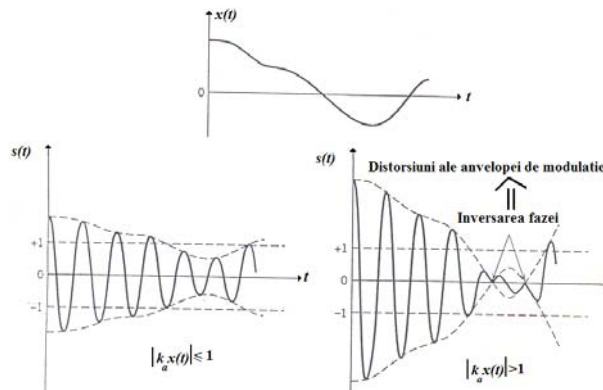


# Modulatia de amplitudine

Fie semnalul purtator  $c(t) = A_c \cos \omega_c t$  si semnalul modulator  $x(t)$ .

Expresia semnalului modulat in amplitudine este :  $s(t) = A_c [1 + k_a x(t)] \cos(2\pi f_c t)$ .

$k_a [V^{-1}]$  - sensibilitatea de amplitudine a modulatorului.



## Conditii suplimentare

Amplitudinea unei unde sinusoidale este o marime pozitiva :

$$A_c [1 + k_a x(t)] \geq 0 \Rightarrow |k_a x(t)| \leq 1 \forall t$$

Daca aceasta conditie nu este indeplinita se vorbeste despre supramodulatie.

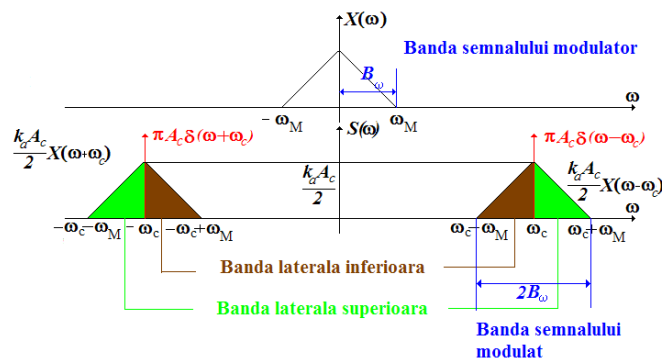
Gradul de modulatie :

$$m = |k_a x(t)|_{max} \cdot 100 [\%]$$

Daca  $f_M$  este frecventa maxima din spectrul semnalului modulator atunci trebuie satisfacuta conditia :  $f_c \gg f_M = B_f$  banda mesajului, pentru a se putea realiza demodularea.

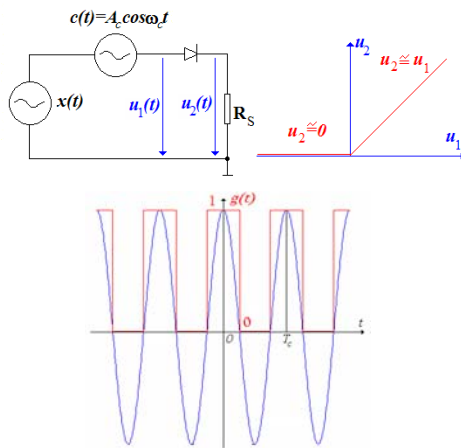
## Spectrul semnalului modulat in amplitudine

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \mathcal{F}\{A_c \cos \omega_c t\} + \mathcal{F}\{A_c k_a x(t) \cos \omega_c t\} = \\ &= \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{1}{2\pi} A_c k_a X(\omega) * \pi [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)], \\ S(\omega) &= \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [X(\omega - \omega_c) + X(\omega + \omega_c)], \\ S(f) &= \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [X(f - f_c) + X(f + f_c)]. \end{aligned}$$



# Avantaje si dezavantaje ale modulatiei de amplitudine

Simplitate de implementare. Modulatorul.



$$u_2(t) \equiv \begin{cases} u_1(t), & u_1(t) \geq 0 \\ 0, & u_1(t) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$u_2(t) \equiv \begin{cases} A_c \cos \omega_c t + x(t), & A_c \cos \omega_c t + x(t) \geq 0 \\ 0, & A_c \cos \omega_c t + x(t) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow u_2(t) = [A_c \cos \omega_c t + x(t)]g(t)$$

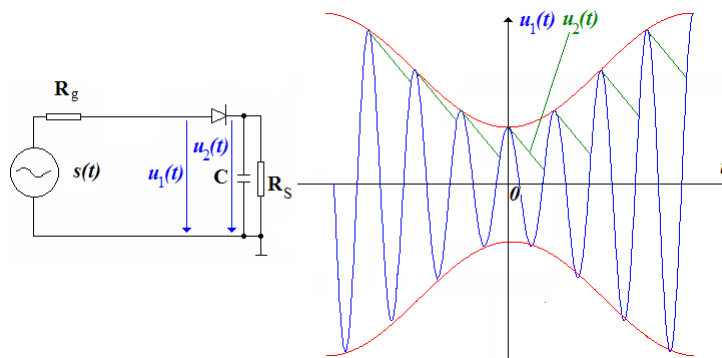
$$g(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos[(2n-1)\omega_c t]$$

$$u_2(t) \equiv \frac{A_c}{2} \cos \omega_c t + \frac{A_c}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \{ \cos 2n\omega_c t + \cos[(2n-2)\omega_c t] \} +$$

$$+ \frac{x(t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x(t) \cos[(2n-1)\omega_c t]$$

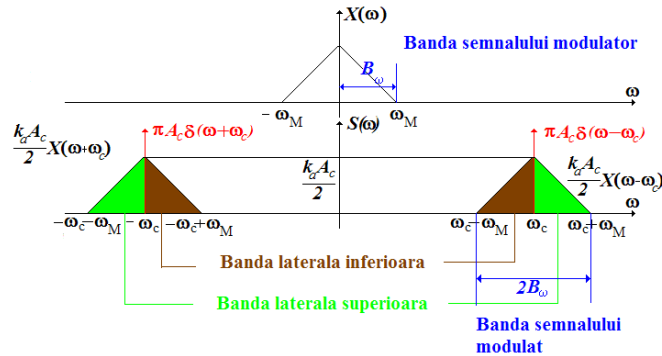
Pentru  $\omega_c \gg \omega_m$ , in jurul frecventei purtatoare se gasesc termenii  $\frac{A_c}{2} \cos \omega_c t + \frac{2}{\pi} x(t) \cos \omega_c t$ . Ei constituie un semnal modulat in amplitudine si se separa de ceilalti termeni prin filtrare trece - banda, centrata pe  $\omega_c$ .

# Demodulatorul



O filtrare trece - jos a semnalului  $u_2(t)$  si inlaturarea componentei continue, asigura refacerea semnalului modulator.

## Dezavantajele modulatiei de amplitudine



Modulatia de amplitudine risipeste banda de frecvente.

Largimea benzii de frecvente ocupata de semnalul modulat este dubla fata de latimea benzii de frecvente ocupate de semnalul modulator.

Pentru diminuarea acestor dezavantaje se renunta la una dintre benzile laterale si se suprima purtatoarea. Se ajunge astfel la procedeele de modulatie de amplitudine liniare.

## Modulatia de amplitudine liniara

$$s(t) = a(t)\cos[\omega_c t + \phi(t)] = [a(t)\cos\phi(t)]\cos\omega_c t - [a(t)\sin\phi(t)]\sin\omega_c t = s_f(t)\cos\omega_c t - s_q(t)\sin\omega_c t, \quad s_f(t) - \text{componenta in faza,}$$

$s_q(t)$  - componenta in cuadratura. Ambele trebuie sa aiba o dependenta liniara de  $x(t)$  pentru a obtine o modulatie liniara.

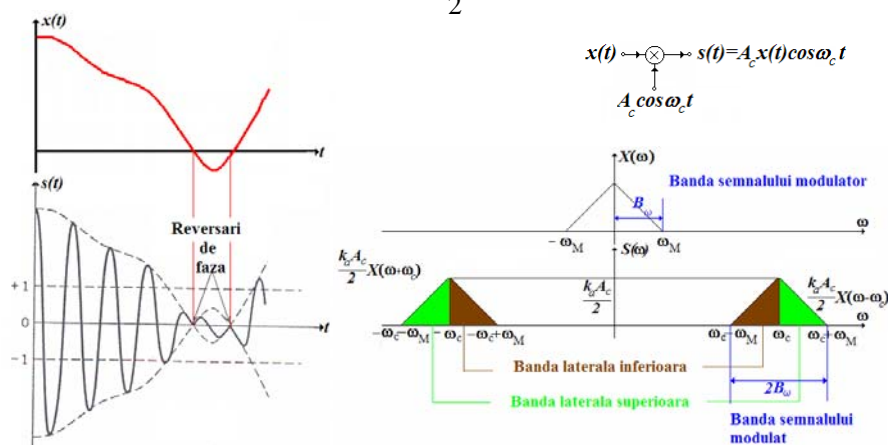
Tipul de modulatie	Componenta in faza	Componenta in cuadratura	Observatii	
Cu doua benzi laterale si purtatoare suprimata	$x(t)$	0	$x(t)$ - semnalul mesaj	
Cu banda laterala unica (BLU)	Se transmite BL superioara	$\frac{1}{2}x(t)$	$\frac{1}{2}\hat{x}(t)$	$\hat{x}(t) = H\{x(t)\}$
	Se transmite BL inferioara	$\frac{1}{2}x(t)$	$-\frac{1}{2}\hat{x}(t)$	$\hat{x}(t) = H\{x(t)\}$
Cu banda laterala vestigiala	Se transmite vestigiul BL inferioara	$\frac{1}{2}x(t)$	$\frac{1}{2}x'(t)$	
	Se transmite vestigiul BL superioara	$\frac{1}{2}x(t)$	$-\frac{1}{2}x'(t)$	

## Tipuri de modulatie liniara

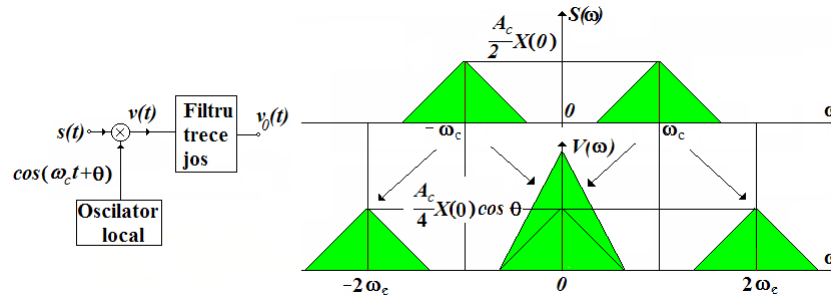
1. Cu 2 benzi laterale si purtatoare suprimata -2BL-PS,
2. Cu banda laterala unica – BLU,
3. Cu rest de banda laterala – cu banda laterala vestigiala.

## Modulatia cu doua benzi laterale si purtatoare suprimata

$$s(t) = A_c x(t) \cos \omega_c t \Rightarrow S(\omega) = \frac{A_c}{2} [X(\omega - \omega_c) + X(\omega + \omega_c)].$$



## Detectia coerenta (sincrona)



$$v(t) = s(t) \cos(\omega_c t + \theta) = A_c x(t) \cos \omega_c t \cos(\omega_c t + \theta)$$

$$\text{sau : } v(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \cos \theta + \frac{A_c}{2} x(t) \cos(2\omega_c t + \theta)$$

$$v(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \cos \theta + \frac{A_c}{2} x(t) \cos(2\omega_c t + \theta)$$

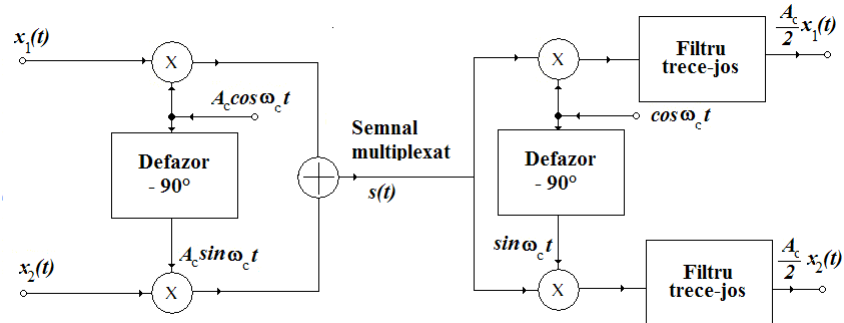
Primul termen are suportul in banda de baza  $(-\omega_M, \omega_M)$ . Al doilea termen are spectrul grupat in jurul lui  $2\omega_c$ ,  $(2\omega_c - \omega_M, 2\omega_c + \omega_M)$ . In urma filtrarii trece jos acest termen este inlaturat asa ca :  $v_0(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \cos \theta$ . Ca urmare a faptului ca oscilatorul local de la receptie are un defazaj de  $\theta$  fata de oscilatorul de la emisie care genereaza purtatoarea, apare o scadere a raspunsului detectorului sincron. Acesta este maxim pentru  $\theta = 0$  si nul pentru  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ . Defazajul trebuie sa ramana constant in timp, altfel apare o modulatie suplimentara. Deci oscilatorul local al receptorului trebuie sa fie in sincronism perfect cu generatorul de purtatoarea de la emisie atat in frecventa cat si in faza (sinfazic). O metoda practica de realizare a sincronismului receptorului cu emitorul este metoda buclei Costas.



## Multiplexare cu purtatoare in cuadratura

$x_1(t), x_2(t)$  - semnale modulatorie independente.

$$s(t) = A_c x_1(t) \cos \omega_c t + A_c x_2(t) \sin \omega_c t$$

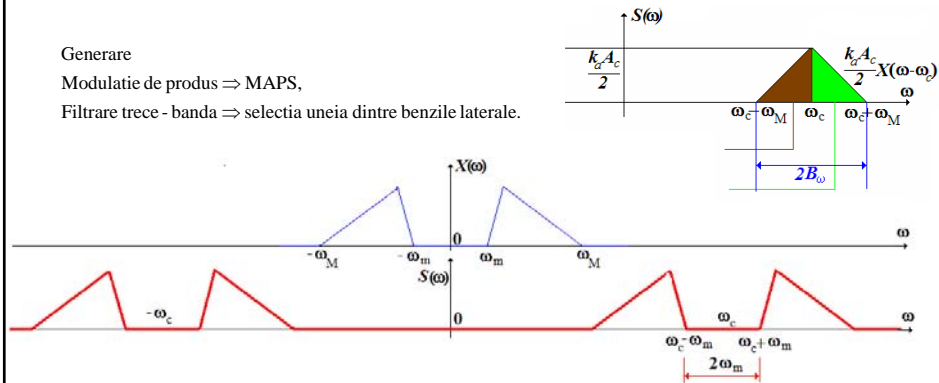


## Modulatia cu banda laterala unica

Generare

Modulatie de produs  $\Rightarrow$  MAPS,

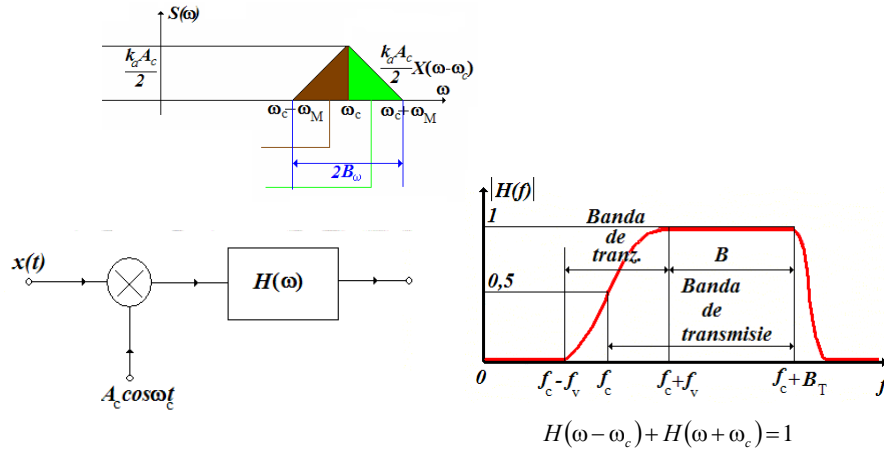
Filtrare trece - banda  $\Rightarrow$  selectia uneia dintre benzile laterale.



**bandgap** - semnale vocale,  $\omega_m = 300$  rad/sec. Restrictii pentru filtrul de rejectare a benzii dorite :

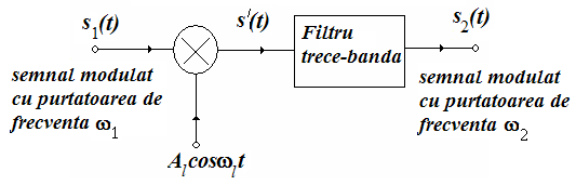
1. banda laterala dorita  $\subset$  banda de trecere a filtrului, 2. banda laterala nedorita  $\subset$  banda de blocare a filtrului, latimea benzii de tranzitie a filtrului  $< 2\omega_m$ . Demodularea se face prin detectie sincrona.

## Modulatia cu rest de banda laterala

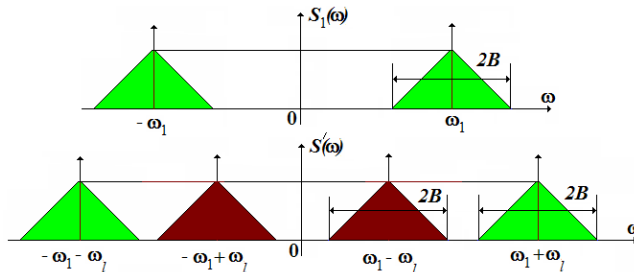


Se utilizeaza in televiziunea comerciala.

## Translatia de frecvente



Schema bloc a unui mixer.



Conversie in sus

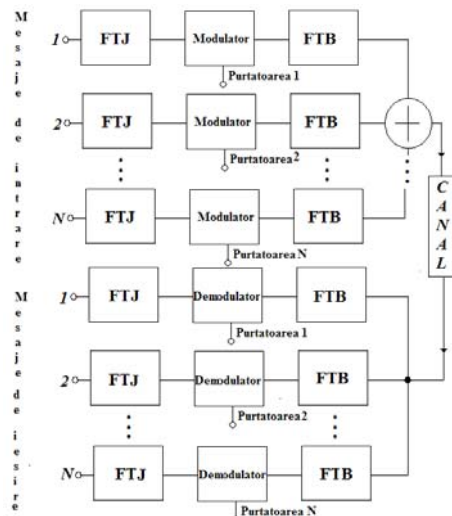
$$\omega_l = \omega_2 - \omega_1$$

Conversie in jos

$$\omega_l = \omega_1 - \omega_2$$

# Multiplexarea prin divizare in frecventa

Sisteme de telefonie  
 Banda ocupata 300 Hz - 3400 Hz.  
 Transmiterea simultana a mai multor semnale vocale pe acelasi canal.  
 Separarea in frecventa : Frequency Division Multiplexing.  
 Separarea in timp : Time- Division Multiplexing.  
 Se utilizeaza MA- BLU.  
 Purtatoarele sunt decalate intre ele cu 4 KHz.  
 Filtrele trece banda de dupa modulatoare limiteaza banda semnalului modulat la 4 KHz.



# Modulatia unghiulara

$s(t) = A_c \cos \theta_i(t)$  - vector rotitor cu amplitudinea  $A_c$  si unghiul  $\theta_i(t)$ .

Viteza unghiulara a acestui vector rotitor este frecventa instantanee a semnalului modulat.

Frecventa instantanee  $\omega_i(t) = \frac{d\theta_i(t)}{dt}$ .

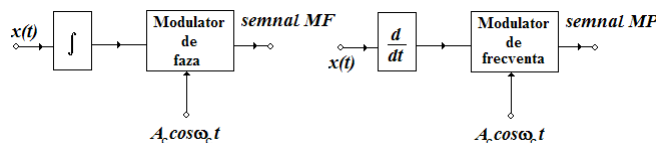
Modulatia de faza.  $\theta_i(t) = \omega_c t + k_p x(t)$ ;  $k_p$  [rad/V] - sensibilitatea de faza.

$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + k_p x(t)]$

Modulatia de frecventa.  $\omega_i(t) = \omega_c + 2\pi k_f x(t)$ ,  $k_f$  [Hz/V] - sensibilitate de frecventa.

$\theta_i(t) = \omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \Rightarrow s(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau\right]$

Semnalul MF poate fi considerat ca fiind un semnal MP in care modularea se face cu  $\int_0^t x(\tau) d\tau$ .



Proprietatile semnalului MP pot fi deduse din cele ale semnalelor MF si invers.

# Modulatia de frecventa

Spectrul semnalului modulat in frecventa

$$x(t) = A_m \cos \omega_m t \Rightarrow \omega_i(t) = \omega_c + 2\pi k_f A_m \cos \omega_m t ; \Delta\omega = 2\pi k_f A_m - \text{deviatie de frecventa ;}$$

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} - \text{indice de modulatie. } \theta_i(t) = \omega_c t + \beta \sin \omega_m t.$$

$$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + \beta \sin \omega_m t] \text{ In functie de valorile lui } \beta \text{ exista 2 tipuri de modulatie :}$$

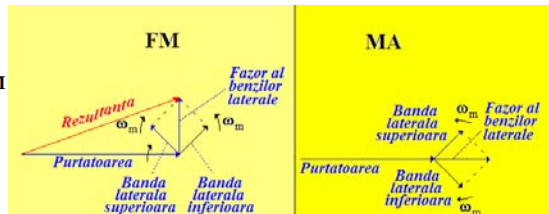
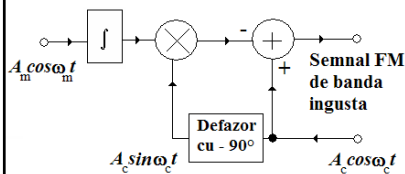
$\beta \ll 1$  radian - modulatie de banda ingusta;

$\beta \gg 1$  radian - modulatie de banda larga.

## Modulatia de frecventa de banda ingusta

$$s(t) = A_c \cos \omega_c t \cos(\beta \sin \omega_m t) - A_c \sin \omega_c t \sin(\beta \sin \omega_m t). \text{ Daca } \beta < \frac{\pi}{36} \text{ radiani se pot face aproximariile :}$$

$$\cos(\beta \sin \omega_m t) \cong 1 \text{ si } \sin(\beta \sin \omega_m t) \cong \beta \sin \omega_m t \Rightarrow s(t) = A_c \cos \omega_c t - \beta A_c \sin \omega_c t \sin \omega_m t.$$



$$s(t) \cong A_c \cos \omega_c t + \frac{1}{2} \beta A_c [\cos(\omega_c + \omega_m)t - \cos(\omega_c - \omega_m)t],$$

In cazul modulatiei de amplitudine :

$$s_{AM}(t) = A_c [1 + m \cos \omega_m t] \cos \omega_c t = A_c \cos \omega_c t + \frac{1}{2} m A_c [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t]$$

Atat semnalul FM de banda ingusta cat si semnalul AM au aceiasi intindere spectrala  $2B$ .

## Spectrul semnalului modulat in frecventa cu banda ingusta

$$s(t) = A_c \cos \left( \omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right) \stackrel{y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau}{\underset{|y(t)| \leq A}{\approx}} \\ = A_c \cos \omega_c t \cos(2\pi k_f y(t)) - A_c \sin \omega_c t \sin(2\pi k_f y(t)).$$

Modulatie de banda ingusta,  $2\pi k_f A \leq \frac{\pi}{36} \Rightarrow$

$$s(t) \cong A_c \cos \omega_c t - A_c 2\pi k_f y(t) \sin \omega_c t.$$

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau \leftrightarrow Y(\omega) = \frac{1}{j\omega} X(\omega) \Rightarrow$$

$$S(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] - A_c k_f \frac{X(\omega)}{j\omega} * \frac{\pi}{j} [\delta(\omega - \omega_c) - \delta(\omega + \omega_c)],$$

$$\text{sau : } S(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \pi A_c k_f \left[ \frac{X(\omega - \omega_c)}{\omega - \omega_c} - \frac{X(\omega + \omega_c)}{\omega + \omega_c} \right]$$

Se observa asemanarea cu spectrul semnalului modulat in amplitudine:

$$S_{MA}(\omega) = \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [X(\omega - \omega_c) + X(\omega + \omega_c)]$$

## Modulatia de frecventa de banda larga

$$s(t) = \text{Re} \left\{ A_c e^{j(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t)} \right\} \stackrel{\tilde{s}(t) = A_c e^{j\beta \sin \omega_m t}}{=} \text{Re} \left\{ \tilde{s}(t) e^{j\omega_c t} \right\},$$

$\tilde{s}(t)$  - anvelopa complexa a semnalului modulat in frecventa.

$$\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_m t}, \quad c_n = \frac{\omega_m}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega_m}}^{\frac{\pi}{\omega_m}} \tilde{s}(t) e^{-jn\omega_m t} dt = \frac{A_c \omega_m}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega_m}}^{\frac{\pi}{\omega_m}} e^{j[\beta \sin \omega_m t - n\omega_m t]} dt =$$

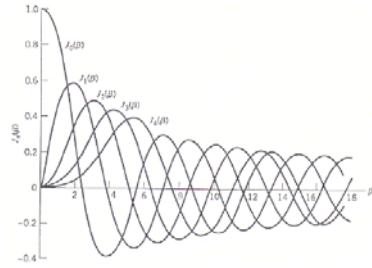
$$= c_n = \frac{A_c}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin x - nx)} dx = A_c J_n(x), \text{ unde } J_n(x) \text{ este functia}$$

Bessel de speta intaia, ordin  $n$  si argument  $x$ . Deci  $c_n = A_c J_n(\beta) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \tilde{s}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{jn\omega_m t} \Rightarrow s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c t + n\omega_m t) =$$

$$= A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos 2\pi(f_c + nf_m)t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)]$$



Proprietati utile ale functilor Bessel

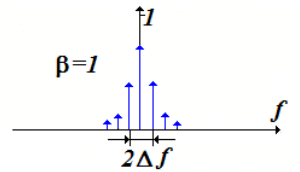
1.  $J_n(\beta) = (-1)^n J_{-n}(\beta)$  pentru  $n \in \mathbb{Z}$ ,
2. Pentru indice de modulatia,  $\beta$ , mic, avem :  
 $J_0(\beta) \cong 1; J_1(\beta) \cong \frac{\beta}{2}; J_n(\beta) \cong 0; n > 2; |\beta| \ll 1;$
3.  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1.$

$$S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)]$$

Observatii.

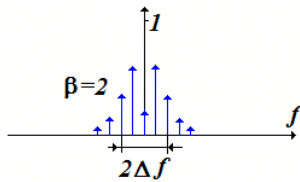
1. Spectrul unui semnal modulat in frecventa contine o componenta pe frecventa purtatoarei,  $\omega_c$  si o multime infinita de componente pe frecvente situate in benzile laterale decalate cu  $\omega_m, 2\omega_m, 3\omega_m$ , etc, fata de  $\omega_c$ .
2. Pentru  $|\beta| \ll 1$  (modulatia de frecventa de banda ingusta), doar  $J_0(\beta)$  si  $J_1(\beta)$  au valori semnificative si deci spectrul semnalului modulat in frecventa contine doar purtatoarea ( $\omega_c$ ) si doua benzi laterale de frecvente  $\omega_c \pm \omega_m$ .
3. Amplitudinea componentei cu frecventa purtatoare  $\omega_c$  depinde de factorul  $J_0(\beta)$ . Spre deosebire de MA, amplitudinea componentei corespunzatoare din spectrul semnalului FM este variabila, dependenta de indicele de modulatia  $\beta$ , deoarece amplitudinea semnalului FM este constanta, asa ca puterea unui astfel de semnal este constanta :  $P = \frac{1}{2} A_c^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = \frac{1}{2} A_c^2.$

## Exemple

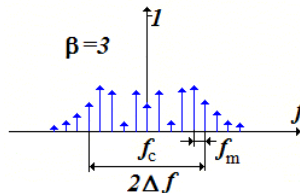


$$\Delta\omega = 2\pi k_f A_m, \quad \beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}$$

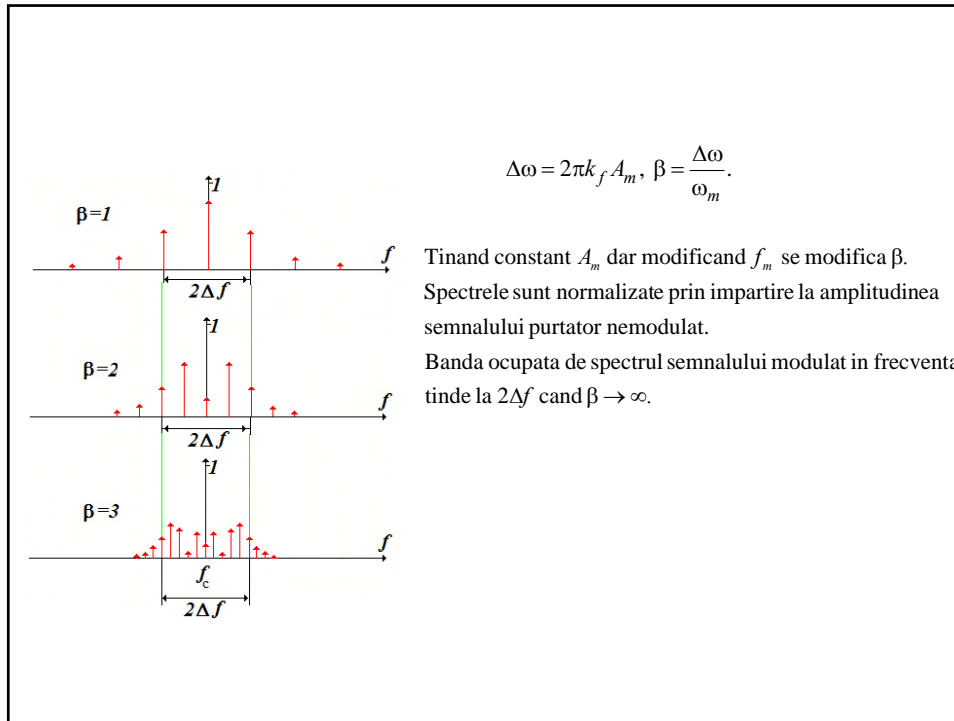
Tinand constant  $f_m$  dar modificand  $A_m$  se modifica  $\beta$ . Spectrele sunt normalizate prin impartire la amplitudinea semnalului purtator nmodulat.



Pentru  $\beta \rightarrow \infty$ , latimea benzii de transmisie tinde la  $2\Delta f$  si aceasta este centrata pe  $f_c$ .



$$S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)].$$



## Banda de transmisie a semnalelor modulate in frecventa

$$S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)]$$

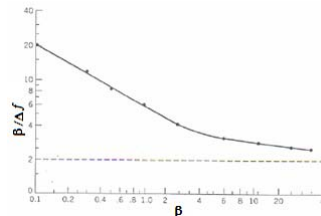
Teoretic banda de transmisie este infinita. Practic, componentele departate de  $f_c$  cu mai mult de  $\pm \Delta f$ , descresc rapid spre 0. Pentru  $\beta \rightarrow \infty$ , latimea benzii de transmisie tinde la  $2\Delta f$  si aceasta este centrata pe  $f_c$ .

Regula lui Carson (1937):  $B_T \cong 2\Delta f + 2f_m = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$ .  $\Delta\omega = 2\pi k_f A_m, \beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}$ .

Alta definitie a benzii de transmisie : Ecartul de frecvente in afara caruia nici una dintre componentele spectrale nu depaseste 1% din amplitudinea purtatoarei,  $B_T = 2n_{max}f_m$ ,

unde  $\forall n > n_{max} |J_n(\beta)| > 0,01$ . Valoarea  $n_{max}$  este dependenta de  $\beta$ .

$\beta$	$2n_{max}$	$\beta$	$2n_{max}$
0,1	2	5	16
0,3	4	10	28
0,5	4	20	50
1	6	30	70
2	8		



## Cazul modulatorului nesinusoidal

$x(t)$  - semnal modulator cu frecventa maxima din spectru  $W$  (joaca rolul lui  $f_m$ ).

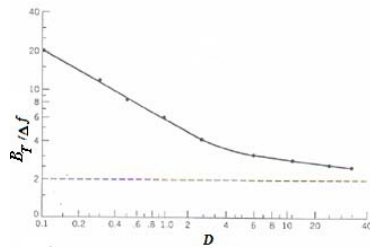
$A_{max} = \max|x(t)| \Rightarrow \Delta f = k_f A_{max}$ , deviatia de frecventa  $\Rightarrow D = \Delta f / W$  raportul de deviatie (joaca rolul lui  $\beta$ ).

Regula lui Carson :  $D \rightarrow \beta$  si  $W \rightarrow f_m$ .

$$B_T \cong 2\Delta f + 2W = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{D}\right) \Rightarrow$$

Curba universala.

$$\Rightarrow \frac{B_T}{\Delta f} = 2 \left(1 + \frac{1}{D}\right)$$



Regula lui Carson conduce la subestimarea benzii de transmisie.

Curba universala conduce la supraestimarea benzii de transmisie.

## Exemplu

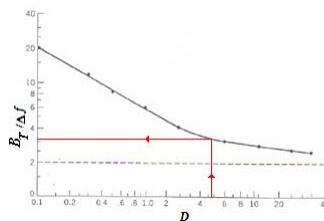
America de Nord, transmisiuni radio :

$\Delta f = 75 \text{ KHz}$  ;  $W = 15 \text{ KHz}$  ;  $D = 5$ .

Regula lui Carson :  $B_T = 2(\Delta f + W) = 180 \text{ KHz}$ .

Curba universala :  $D = 5 \Rightarrow B_T = 3,2\Delta f = 240 \text{ KHz}$ .

In practica se aloca o banda de transmisie de 200 KHz.

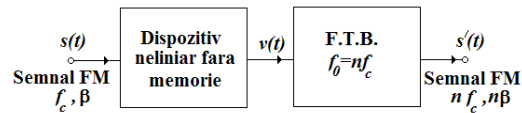
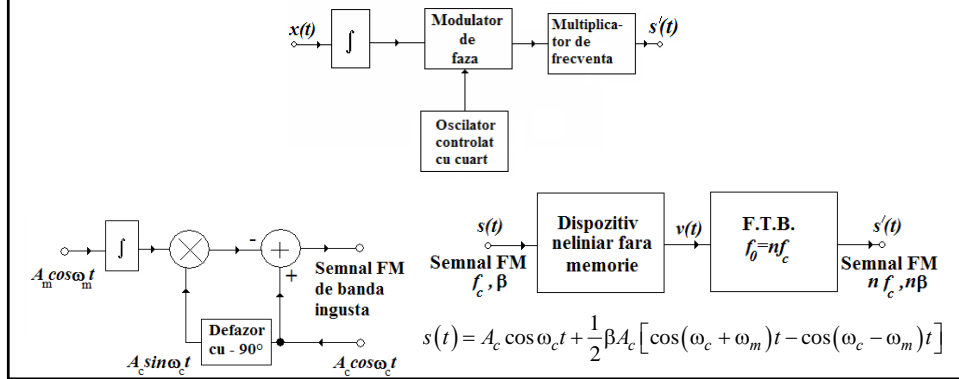




# Generarea semnalelor modulate in frecventa

Exista 2 metode, directa (bazata pe un oscilator comandat in tensiune) si indirecta (initial se face o modulare de banda ingusta si apoi pentru fixarea deviatiei de frecventa se face o multiplicare de frecventa).

Metoda a 2 - a se foloseste in radiofonia FM, deoarece este necesara o stabilitate mare a frecventei.



$$v(t) = a_1 s(t) + a_2 s^2(t) + \dots + a_n s^n(t);$$

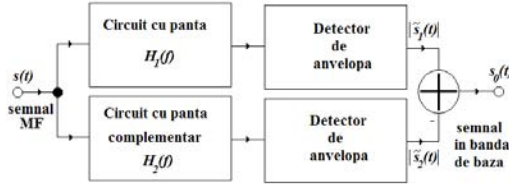
$$s(t) = A_c \cos \left[ \omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right]$$

$f_i(t) = f_c + k_f x(t)$ . Banda de trecere a filtrului trece banda este de  $n$  ori mai mare decat banda semnalului  $s(t)$ .

$$s'(t) = A_c' \cos \left[ n\omega_c t + 2\pi n k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right] \text{ cu frecventa instantanee:}$$

$$f_i'(t) = n f_c + n k_f x(t).$$

# Demodularea semnalelor modulate in frecventa



$\tilde{H}_1(f)$  - echivalentul de joasa frecventa al FTB  $H_1(f)$ .

2. Se pune  $H_1(f) = \frac{1}{2} \tilde{H}_1(f - f_c)$ , pentru  $f > 0$ .

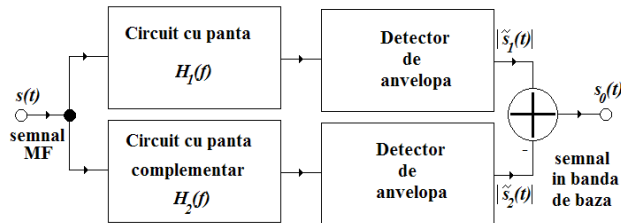
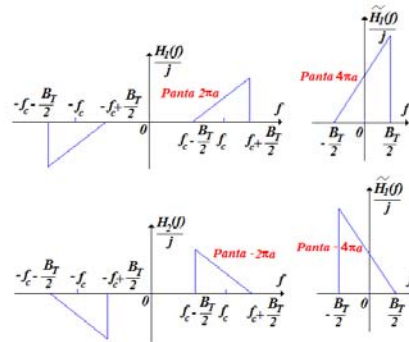
$$\tilde{H}_1(f) = \begin{cases} j4\pi a \left( f + \frac{B_T}{2} \right); & -\frac{B_T}{2} \leq f \leq \frac{B_T}{2} \\ 0; & \text{in rest} \end{cases}$$

Discriminatorul de frecventa

Iesirea sa este direct proportionala cu frecventa instantanee a semnalului FM.

Circuitul cu panta

$$H_1(\omega) = \begin{cases} ja \left( \omega - \omega_c + \frac{2\pi B_T}{2} \right), & \omega_c - \frac{2\pi B_T}{2} \leq \omega \leq \omega_c + \frac{2\pi B_T}{2} \\ ja \left( \omega + \omega_c - \frac{2\pi B_T}{2} \right), & -\omega_c - \frac{2\pi B_T}{2} \leq \omega \leq -\omega_c + \frac{2\pi B_T}{2} \\ 0, & \text{in rest} \end{cases}$$



Semnalul de intrare:  $s(t) = A_c \cos \left[ 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right]$ . Anvelopa sa complexa:  $\tilde{s}(t) = A_c e^{j2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau} \leftrightarrow$

$$\leftrightarrow \tilde{S}_1(f) = \frac{1}{2} \tilde{H}_1(f) \tilde{S}(f) = \begin{cases} j2\pi a \left( f + \frac{B_T}{2} \right) \tilde{S}(f); & -\frac{B_T}{2} \leq f \leq \frac{B_T}{2} \\ 0; & \text{in rest} \end{cases} \leftrightarrow \tilde{s}_1(t) = a \left[ \frac{d\tilde{s}(t)}{dt} + j\pi B_T \tilde{s}(t) \right] \Rightarrow$$

$$\tilde{s}_1(t) = j\pi B_T a A_c \left[ 1 + \frac{2k_f}{B_T} x(t) \right] e^{j2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau} \Rightarrow s_1(t) = \text{Re} \left\{ \tilde{s}_1(t) e^{j2\pi f_c t} \right\} = \pi B_T a A_c \left[ 1 + \frac{2k_f}{B_T} x(t) \right] \cos \left[ 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau + \frac{\pi}{2} \right]$$

$s_1(t)$  - semnal cu modulare hibrida, de frecventa si de amplitudine. Daca se alege  $k_f$  astfel incat  $\left| \frac{2k_f}{B_T} x(t) \right| < 1$ ,

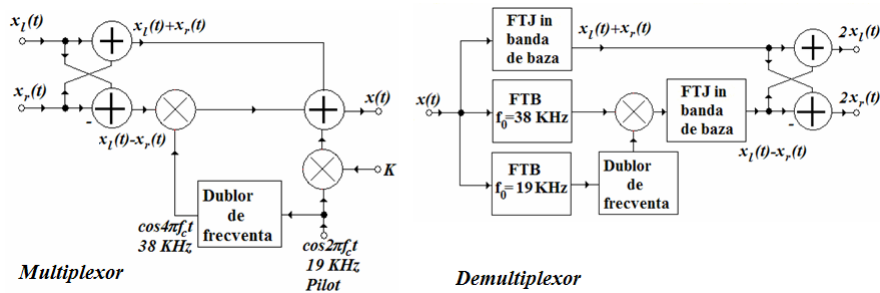
cu un detector de anvelopa se obtine  $|\tilde{s}_1(t)| = \pi B_T a A_c + 2\pi k_f a A_c x(t)$ .

$$\tilde{H}_2(f) = \tilde{H}_1(-f) \Rightarrow |\tilde{s}_2(t)| = \pi B_T a A_c - 2\pi k_f a A_c x(t) \Rightarrow s_0(t) = |\tilde{s}_1(t)| - |\tilde{s}_2(t)| = 4\pi k_f a A_c x(t)$$

# Multiplexarea semnalelor FM stereo

Se transmit 2 semnale distincte folosind aceeași frecvență purtătoare. Radiofonia stereofonică satisface condițiile:

1. Se realizează în interiorul canalului de difuziune FM alocat,
2. Este compatibilă cu receptoarele monofonice.

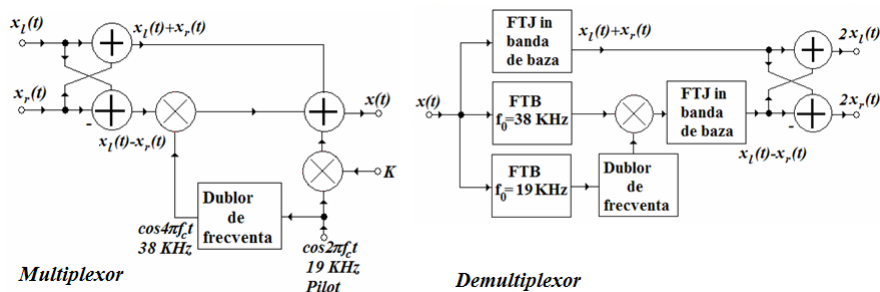


Semnalul  $x_l(t) + x_r(t)$  constituie partea din banda de bază disponibilă pentru recepția monofonică.

Semnalul  $x_l(t) - x_r(t)$  este modulată în amplitudine cu 2 benzi laterale și purtătoare suprimată.

Semnalul multiplexat:  $x(t) = [x_l(t) + x_r(t)] + [x_l(t) - x_r(t)] \cos 4\pi f_c t + K \cos 2\pi f_c t$ , este modulată în frecvență.

<http://cnyack.homestead.com/files/modulation/fmstereo.htm>



$$x(t) = [x_l(t) + x_r(t)] + [x_l(t) - x_r(t)] \cos 4\pi f_c t + K \cos 2\pi f_c t$$

## Efecte neliniare in modulatia de frecventa

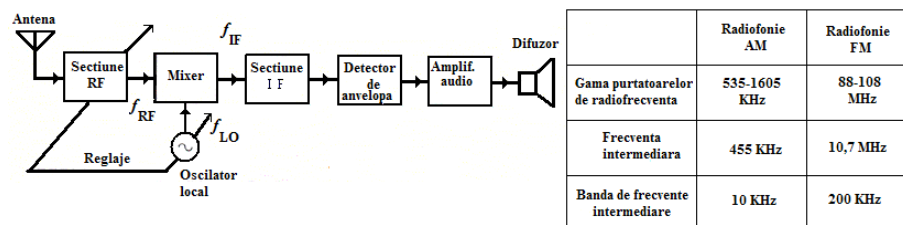
Se considera un canal de comunicatii cu caracteristica de transfer neliniara :  $v_0(t) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t)$  la intrarea caruia :  $v_i(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$  ;  $\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \Rightarrow v_0(t) = a_1 A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + a_2 A_c^2 \cos^2[2\pi f_c t + \phi(t)] + a_3 A_c^3 \cos^3[2\pi f_c t + \phi(t)]$ . Tinand seama de relatiile :  $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$  ;  $\cos^3 x = \frac{\cos 3x + 3\cos x}{4}$  se obtine  $v_0(t) = \frac{a_2 A_c^2}{2} + \left( a_1 A_c + \frac{3}{4} a_3 A_c^3 \right) \cos[2\pi f_c t] + \frac{a_2 A_c^2}{2} \cos[4\pi f_c t + 2\phi_c(t)] + \frac{a_3 A_c^3}{4} \cos[6\pi f_c t + 3\phi_c(t)]$ . Pentru a extrage semnalul FM din  $v_0(t)$  este necesara identificarea sa. Fie  $\Delta f$  deviatia de frecventa a semnalului FM si  $W$  frecventa maxima din spectrul semnalului modulator. Aplicand regula lui Carson rezulta conditia de separare :  $2f_c - (2\Delta f + W) > f_c + (\Delta f + W) \Rightarrow f_c > 3\Delta f + 2W$ . Daca aceasta conditie este indeplinita din  $v_0(t)$  se poate extrage prin filtrare trece banda folosind un filtru cu frecventa centrala  $f_c$  si banda  $2\Delta f + 2W$  termenul  $v_0'(t) = \left( a_1 A_c + \frac{3}{4} a_3 A_c^3 \right) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$ .

## Receptorul superheterodina

Un receptor de radiodifuziune nu are numai sarcina de a demodula semnalul receptionat.

Alte sarcini :

- Acordul pe frecventa purtatoare care se doreste ascultata,
- Filtrarea, pentru a separa semnalul dorit de alte semnale modulate,
- Amplificarea, pentru a compensa pierderile de putere datorate propagarii.



$f_{IF} = f_{LO} - f_{RF}$  ;  $f_{LO} > f_{RF}$ . In receptorul superheterodina se genereaza un semnal IF daca frecventa oscilatorului local difera de cea a postului cu  $\pm f_{IF}$  :  $f_{RF} = f_{LO} \pm f_{IF}$ . Doar una dintre acestea corespunde frecventei purtatoare, cealalta numindu - se frecventa imagine.