

Lucrarea nr. 6

Transmisii de date în banda de bază cu interferență controlată intersimbol

Scopul lucrării: se realizează simularea trecerii unei secvențe de date bipolare printr-un canal de comunicații utilizând ca filtru global un filtru de tip “cosinus”. Se simulează astfel o transmisiune cu interferență controlată inter-simbol.

6.1. Transmisii de date în banda de bază cu interferență controlată intersimbol

Avem în vedere sistemul de transmisiuni în banda de bază, din figura 1:

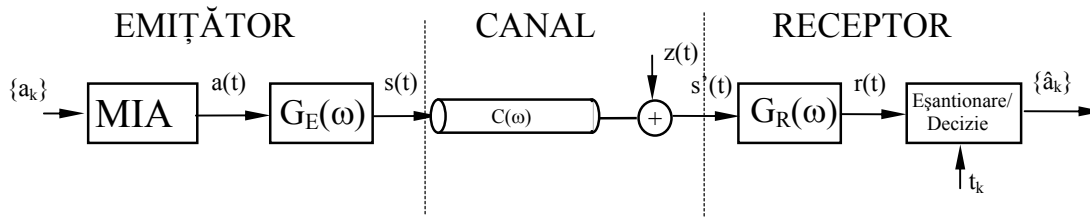


Figura 1. Sistem de transmisiuni de date în banda de bază

unde :

$$G(\omega) = G_E(\omega) \cdot C(\omega) \cdot G_R(\omega) \quad (1)$$

reprezintă răspunsul în frecvență al lanțului de transmisiuni emițător-canal-receptor (caracteristica globală a sistemului). Canalul se consideră ideal, $C(\omega) = 1$ (cu fază nulă), ce nu perturbă semnalul transmis prin el. În cazuri reale însă, canalul introduce o serie de distorsiuni asupra semnalului: întârzieri, atenuări, zgomote. În cele ce urmează vom negija efectele de întârziere și de atenuare ale canalului, ținând cont doar de zgomotul introdus de el, pe care-l vom considera ca fiind unul aditiv, alb și cu distribuție gaussiană, cu dispersia constantă σ_z . Astfel, vom considera $C(\omega) = 1$. Influența zgomotelor introduse de canal se pune în evidență prin însumarea semnalului de la ieșirea canal, $s(t)$, cu un “zgomot”, $z(t)$

Modelul “*filtru trece-jos ideal*” al caracteristicii globale $G(\omega)$ asigură rata de transfer maximă a transmisiei datelor fără interferență intersimbol, în condiția unei limitări a benzii de frecvență (teorema lui Nyquist). Însă modelul este unul ideal ce nu corespunde situațiilor reale. Celelate modele stabilite, familia de filtre tip “cosinus-

ridicat”, permit, la aceeași bandă de frecvențe disponibilă, o rată de transfer maximă mai redusă. Se poate arată că, permițând un anumit grad de interferență între simbolurile transmise, se găsesc și alte caracteristici de transfer ce permit rata maximă permisă de teorema lui Nyquist în condiții similare de bandă. Un astfel de model este cunoscut sub denumirea de “*filtru global tip cosinus*”. Răspunsul în frecvență al sistemului este dat de relația:

$$G(\omega) = \begin{cases} T \cdot \cos \frac{\omega T}{4} & |\omega| \leq \frac{2\pi}{T} \\ 0 & |\omega| > \frac{2\pi}{T} \end{cases} \quad (2)$$

limitat în bandă la pulsația $\frac{2\pi}{T}$.

Răspunsul la impuls al filtrului este:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\cos \frac{2\pi t}{T}}{1 - \left(\frac{4t}{T}\right)^2} \quad (3)$$

În figura 2.a se prezintă funcția răspuns în frecvență, $G(\omega)$, din ec. (1), cu valoarea $T=2$, în timp ce în figura 2.b se prezintă funcția răspuns la impuls, $g(t)$, corespunzător (generat în $N=128$ puncte).

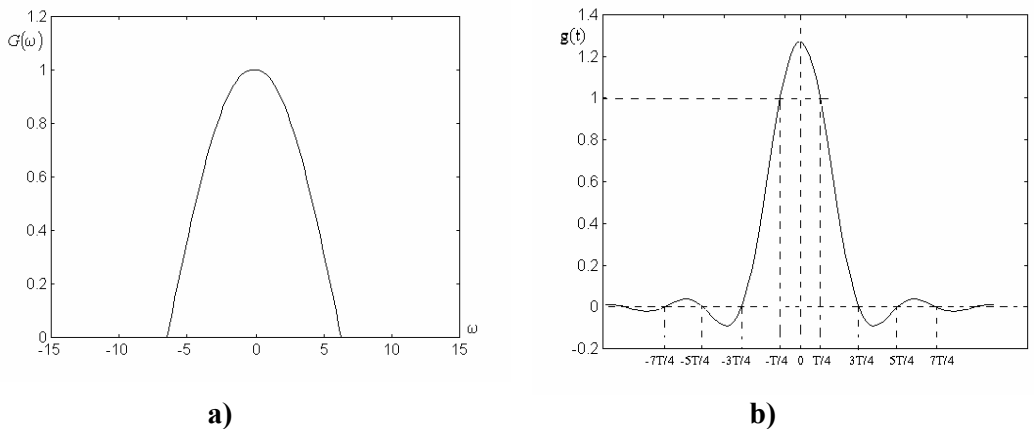


Figura 2. a) Răspunsul în frecvență al filtrului “cosinus”; b) Răspunsul la impuls corespunzător

Funcția răspuns la impuls $g(t)$ verifică:

$$\begin{aligned} g(T/4) &= g(-T/4) = 1 \\ g(-T/4 + k \cdot T/2) &= 0 \quad \forall k \neq 0,1 \end{aligned} \quad (4)$$

Această proprietate permite o transmisie de date cu durata $T_0 = T/2$ a simbolurilor. Astfel, dacă se consideră un semnal $a(t)$, de intrare, ca fiind un mesaj ce constă din N simboluri consecutive, $\{a_k\}$, ce apar la intervale de timp T_0 , de forma:

$$a(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \delta(t - nT_0) \quad (5)$$

atunci, semnalul recepționat, $r(t)$, în cazul canalului $C(\omega)$ ce nu introduce zgomot peste semnalul util, are expresia:

$$r(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \cdot g(t - nT_0) \quad (6)$$

Eșantionând semnalul $r(t)$ în momentele de timp $t_k = -\frac{T_0}{2} + kT_0$, avem:

$$\begin{aligned} r(t_k) = r_k &= \sum_{n=0}^{N-1} a_n \cdot g\left(-\frac{T_0}{2} - (n-k) \cdot T_0\right) = a_k g\left(-\frac{T_0}{2}\right) + a_{k-1} g\left(\frac{T_0}{2}\right) + \\ &+ \sum_{n=0, n \neq k, k-1}^{N-1} a_n \cdot g\left(-\frac{T_0}{2} - (n-k) \cdot T_0\right) = a_k + a_{k-1} \end{aligned} \quad (7)$$

deci eșantionul prelevat la un moment t_k , r_k , depinde atât de simbolul curent cât și de cel anterior transmis.

6.1.1 Influența zgomotului asupra proiectării sistemului

În toată descrierea anterioară, ignorând zgomotul, ne referim doar la răspunsul la impuls al ansamblului filtru de emisie-canal-filtru de recepție, fără a insista asupra formei particulare a răspunsurilor la impuls ale celor două filtre (emisie și recepție). În cele ce urmează se va arăta că prezența zgomotului în canal poate fi combătută printr-o anumită modalitate de alegere a acestor filtre.

Notând cu $g_E(t)$ răspunsul la impuls al filtrului de emisie, la ieșirea acestuia se obține semnalul:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \cdot g_E(t - nT_0) \quad (8)$$

semnal ce este transmis prin canal. Canalul fiind idealizat, deci fiind unul ce nu atenuază și nici nu întârzie sau dispersează, la intrarea filtrului de recepție vom avea semnalul:

$$s'(t) = s(t) + z(t) \quad (9)$$

relație ce pune în evidență cele două componente ale unui semnal ce trece printr-un canal zgomotos: componenta de semnal util, $s(t)$, și componenta de zgomot, $z(t)$.

Filtrul de recepție fiind un sistem liniar rezultă că și semnalul de la ieșirea acestuia se poate descompune în două componente, una de semnal util și cea de zgomot. Astfel, semnalul recepționat, $r(t)$, se poate scrie:

$$r(t) = r_u(t) + z_0(t) \quad (10)$$

unde $r_u(t)$ reprezintă componenta de semnal util, deci răspunsul filtrului de recepție la semnalul $s(t)$, iar $z_0(t)$ este componenta de zgomot, deci răspunsul filtrului de recepție la zgomotul $z(t)$ din canal. Componenta de semnal util are expresia:

$$r_u(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \cdot g(t - nT_0) \quad (11)$$

Eșantionând semnalul $r(t)$ în momentele de timp $t_k = -\frac{T_0}{2} + kT_0$, avem:

$$\begin{aligned} r(t_k) &= r_u(t_k) + z_0(t_k) = r_k = r_{uk} + z_k = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} a_n \cdot g\left(-\frac{T_0}{2} - (n-k) \cdot T_0\right) + z_k = a_k g\left(-\frac{T_0}{2}\right) + a_{k-1} g\left(\frac{T_0}{2}\right) + \\ &+ \sum_{n=0, n \neq k, k-1}^{N-1} a_n \cdot g\left(-\frac{T_0}{2} - (n-k) \cdot T_0\right) + z_k = a_k + a_{k-1} + z_k \end{aligned} \quad (12)$$

relație identică cu (4), cu excepția zgomotului.

La recepție, decizia asupra simbolului binar transmis, a_k , notat \hat{a}_k , se poate face pe baza eșantionului curent r_k și deciziei anterioare \hat{a}_{k-1} . Această condiționare a deciziei curente de decizia anterioară face posibilă “propagarea” unei decizii incorecte (ce se manifestă prin luări de decizii incorecte până la apariția unei erori noi). În practică această posibilitate se elimină prin precodarea secvenței de date ce urmează a fi transmis. Astfel, la emisie, în loc de secvența $\{a_k\}$ se transmite secvența $\{b_k\}$ dată de:

$$b_k = a_k \oplus b_{k-1} \quad (13)$$

Se definește raportul semnal/zgomot, RSZ , la ieșirea filtrului de recepție la momentul t_0 ca fiind:

$$RSZ_0 = \frac{|r_u(t_0)|^2}{P_{z_0}} \quad (14)$$

unde P_{z_0} este puterea zgomotului de la ieșirea filtrului de recepție.

Se caută filtrul de recepție optim, $G_R(\omega)$, care să maximizeze raportul semnal/zgomot la ieșirea filtrului de recepție la momentul $t_0 = 0$. Acest filtru se găsește ca fiind unul cu expresia răspunsului în frecvență:

$$G_R(\omega) = k \cdot S^*(\omega) \quad (15)$$

deci, filtrul adaptat la forma semnalului din canal.

Necunoscând însă, apriori, informația ce se va transmite prin canal, cerința (14) este dificil de realizat. O soluție mai puțin pretențioasă, însă doar suboptimală, acceptată în practică ca și una de compromis, este oferită de condiția de maximizare a raportului semnal/zgomot la ieșirea filtrului de recepție în cazul transmiterii doar a unui singur simbol de informație. Acest lucru duce la o expresie forma:

$$G_R(\omega) = k \cdot G_E(\omega) \Rightarrow G(\omega) = k \cdot |G_E(\omega)|^2 \quad (16)$$

Condiție satisfăcută, cu $k=1$, de alegerea:

$$|G_R(\omega)| = |G_E(\omega)| = \sqrt{|G(\omega)|} \quad (17)$$

Relația (14) nu impune nici o restricție deosebită caracteristicii de fază a celor două funcții răspuns în frecvență, $G_E(\omega)$ respectiv $G_R(\omega)$, singura condiție ce trebuie să fie verificată este cea de sumă nulă a celor două faze la orice frecvență. Pentru o funcție $G(\omega)$ reală, cum este și în cazul nostru, putem alege:

$$G_E(\omega) = G_R(\omega) = \sqrt{G(\omega)} \quad (18)$$

Într-un sistem binar monopolar de transmisiuni, simbolul a_k poate fi 0 sau 1, în timp ce un sistem binar polar va emite simboluri a_k cu nivelele posibile -1 și 1. Valorile posibile ale eșantioanelor r_k , în cele două cazuri, se prezintă în tabelul 1.

Tabelul 1. Valorile posibile ale eșantioanelor r_k , în funcție de simbolurile transmise

Sistem unipolar			Sistem bipolar		
a_k	a_{k-1}	r_k	a_k	a_{k-1}	r_k
0	0	0	-1	-1	-2
+1	0	+1	+1	-1	0
0	+1	+1	-1	+1	0
+1	+1	+2	+1	+1	+2

La recepție, decizia asupra simbolului binar transmis, a_k , notată \hat{a}_k , se poate face pe baza eșantionului curent r_k și a deciziei anterioare \hat{a}_{k-1} . Metoda de detecție utilizată permite deasemenea detectarea unor decizii incorecte. Astfel, de exemplu, în cazul unei transmisiuni bipolare, o valoare r_k de -2 nu poate fi urmată de o valoare $r_{k+1} = +2$. Această facilitate însă nu elimină posibilitatea luării unor decizii incorecte, mai mult, din cauza condiționării deciziei curente de decizia anterioară, apare posibilitatea “propagării” unei decizii incorecte (luări de decizii incorecte până la apariția unei noi erori de decizie sau apariția unei violări de semn).

6.2 Procedura de simulare a lanțului de transmisiuni în banda de bază

Echivalând sistemul de transmisiuni în timp continuu din figura 1 cu un sistem în timp discret și discretizând, deasemenea, semnalele de intrare/ieșire, se obține structura sistemului de analizat din figură:

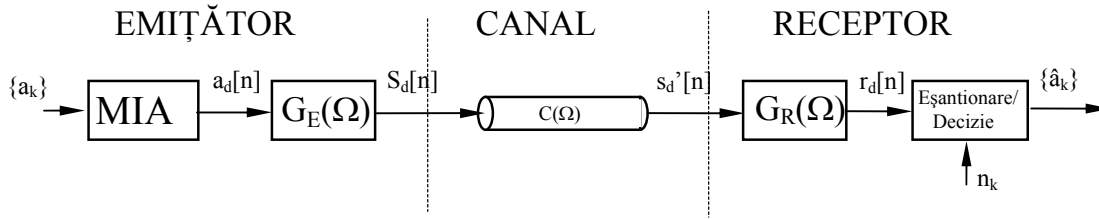


Figura 3. Sistemul în timp discret echivalent sistemului din figura 1.

Procedura de simulare implică:

2.1. Discretizarea semnalului de intrare $a(t)$, prin eșantionare cu pasul T_e . Se obține astfel o secvență numerică $a_d[n] = a(nT_e)$, unde se alege $T_0/T_e = L_b = 2^l, l > 0$, rezultând o lungime totală $M = N \cdot L_b$ a secvenței. Alegând numărul de simboluri de transmis N ca fiind o putere întregă a lui 2, va rezulta o lungime totală a secvenței, M , tot o putere întregă a lui 2.

2.2. Echivalarea sistemului în timp continuu cu un sistem în timp discret pe baza metodei de echivalare prin invarianța răspunsului la impuls. Se găsește funcția răspuns în frecvență a sistemului numeric echivalent, $G_d(\Omega)$, funcție ce, în condițiile $T_0/T_e = L_b = 2^l, l > 0$ (ce respectă teorema eșantionării), va avea expresia:

$$G_d(\Omega) = \begin{cases} 2L_b \cdot \cos \frac{L_b \Omega}{2} & |\Omega| \leq \frac{\pi}{L_b} = \Omega_0 \\ 0 & \Omega_0 < |\Omega| < \pi \end{cases}, \quad G_d(\Omega) = G_d(\Omega + 2\pi) \quad (19)$$

În vederea reprezentării pe calculator a acestei funcții ea se discretizează, eșantionând uniform în punctele $\Omega_k = k \cdot \frac{2\pi}{M}$, rezultând o secvență numerică $G_d[k] = G_d(\Omega_k)$ periodică, cu perioada M (o putere întregă a lui 2). Secvența se memorează reținând M valori succesive, (o perioadă), ale ei.

2.3. Se găsește secvența răspuns, $r_d[n]$, de la ieșirea filtrului de recepție. Ținând cont de faptul că, prin ipoteză, canalul nu introduce zgomot peste semnalul util, aceasta se calculează în domeniul frecvență, prin:

- găsirea secvenței $A_d[k] = FFT(a_d[n])$, calculată în M puncte;
- calculul produsului $R_d[k] = A_d[k] \cdot G_d[k]$, tot în M puncte;
- calculul secvenței $r_d[n] = IFFT(R_d[k])$.

2.4. Găsirea eşantioanelor $r_k = r_d[n_k]$, cu $n_k = -\frac{L_b}{2} + k \cdot L_b$, ce corespund eşantionării semnalului în timp continuu, $r(t)$, de la ieşirea filtrului de recepţie din figura 1, în momentele de timp $t_k = -\frac{T_0}{2} + kT_0$. Eşantionarea se poate face înmulţind secvenţa $r_d[n]$, cu o secvenţă de “eşantionare”, $p[n]$, de forma:

$$p[n] = \begin{cases} 1 & (n + L_b/2):L_b \\ 0 & \text{in rest} \end{cases} \quad (20)$$

2.5 Luarea deciziilor asupra simbolurilor a_k transmise pe baza eşantioane-lor r_k . În acest scop se scade, din eşantionul curent r_k , nivelul corespunzător deciziei anterioare, \hat{a}_{k-1} , iar rezultatul, r'_k , se compară cu un prag d ($1/2$ în cazul unei secvenţe unipolare şi 0 în cazul unei secvenţe bipolare), şi se decide simbolul:

$$\hat{a}_k = \begin{cases} 1 & \text{daca } r'_k \geq d \\ 0 & \text{daca } r'_k < d \end{cases} \quad (21)$$

3. Partea experimentală

3.1 Utilizând un program de calcul ştiinţific (*Matlab*) găsiţi secvenţa răspuns în frecvenţă a sistemului în timp discret echivalent, $G_d[k]$, în $M=128$ puncte cu $L_b = 16$.

3.2 Aplicând algoritmul FFT invers, (IFFT), găsiţi şi reprezentaţi funcţia răspuns la impuls, $g_d[n]$, al acestui sistem. Găsiţi poziţiile în care secvenţa ia valoarea 1 . Cât rezultă intervalul dintre aceste poziţii ?

3.3 Utilizând o funcţie de generare de valori aleatoare, generaţi o secvenţă aleatoare de date unipolare, $a_d[n]$, de lungime $M=128$, versiunea discretizată a unui semnal $a(t)$ de $N = M/L_b = 8$ simboluri unipolare.

3.4 Urmărind procedura descrisă în §2.3, găsiţi secvenţa $r_d[n]$ ce se obţine la ieşirea sistemului numeric dacă la intrarea sa se aduce secvenţa $a_d[n]$. În ce domeniu de valori se încadrează valorile $r_d[n]$? Justificaţi.

3.5 Stabiliţi momentele de timp optime de eşantionare, n_k , şi găsiţi secvenţa de biţi obţinuţi în urma deciziei, $\{\hat{a}_k\}$, conform procedurii descrise în §2.4 şi §2.5. Ce se poate constata ? Ce valori au eşantioanele la momentele $n_k = k \cdot L_b$?

3.6 Repetaţi 3.3-3.5 pentru cazul unei secvenţe de date bipolare.