

6. TRANSMISIUNI DE DATE ÎN SISTEME CU MODULAȚIA DE FRECVENȚA

Sistemele ce folosesc semnale cu modulație cu deplasare de frecvență MFD se mai cunosc și sub denumirea de sisteme FSK (Frequency Shift-Keying). Utilizarea modulației de frecvență permite realizarea unor modemi mai simple decât în cazul funcționării cu modulație liniară.

Deoarece se poate folosi demodulația necoherentă - în cazul sistemelor MFD - nu este necesară refacerea purtătoarei la recepție, ceea ce simplifică mult construcția receptorului modemului. În ceea ce privește emisia, modulația cu deplasare de frecvență nu ridică probleme mai complicate decât celelalte tipuri de modulație discretă.

În plus, apar avantajele caracteristice modulației de frecvență și anume:

rezistența la perturbații, independența față de atenuarea canalului de comunicație, puterea transmisă constantă, indiferent de puterea semnalului modulator.

Totuși, în cazul unor sisteme de transmisii de viteză mare, semnalizarea cu MFD este mai puțin utilizată ca urmare a eficienței reduse în utilizarea benzii alocate.

Schema bloc a unui sistem pentru transmiterea datelor, utilizând MFD se prezintă în figura 6.1. Semnalul cu frecvență variabilă, conform secvenței de date, produs de modulatorul de frecvență este trecut printr-un filtru trece bandă, ce limitează spectrul semnalului de ieșire la banda alocată.

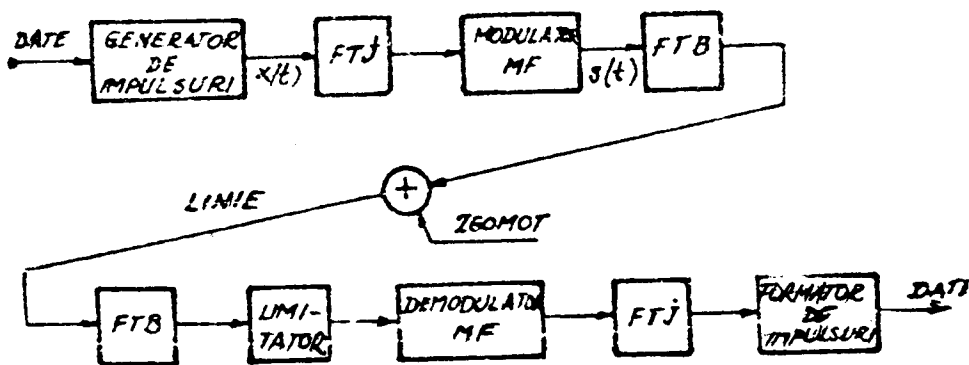


Fig.6.1.

La intrarea în receptor, informația trece printr-un filtru trece bandă destinat eliminării unei părți din zgomotul liniei și evitării interferențelor. Ca efect al modulației de amplitudine ce poate să apară ca urmare a benzii limitate transmise precum și a zgomotului, se amplifică și se limitează semnalul înainte de a fi aplicat demodulatorului. Semnalul filtrat este testat în vederea stabilirii simbolului ce a fost recepționat.

6.1. Modulația de frecvență

Se tratează numai modulația cu deplasare de frecvență pentru cazul semnalelor modulatoroare binare.

Se consideră semnalul modulator de forma

$$x(t) = \sum_n a_n g(t-nT) \quad (6.1)$$

unde $\{a_n\}$ reprezintă secvența binară de transmis iar $g(t)$ impulsul dreptunghiular de amplitudine unitară.

Semnalul modulat în frecvență se obține prin modificarea frecvenței unui oscilator. Dacă în absența modulației frecvența oscilatorului este ω_0 iar amplitudinea purtătoarei U_0 , se poate exprima semnalul de la ieșirea modulatorului prin

$$s(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int_0^t x(\tau) d\tau + \theta \right]. \quad (6.2)$$

Faza instantanee a semnalului modulat este

$$\varphi(t) = \omega_0 t + \Delta\omega \int_0^t x(\tau) d\tau + \theta; \quad \Delta\varphi = \Delta\omega \int_0^t x(\tau) d\tau \quad (6.3)$$

iar derivata ei reprezintă frecvența instantanee

$$\omega = \omega_0 + x(t) \cdot \Delta\omega, \quad (6.4)$$

unde $\Delta\omega$ reprezintă variația maximă de frecvență ce apare în procesul de modulare.

În general se întrebuintează modulația de frecvență cu fază continuă. Se pot genera și semnale MFD cu salturi de fază, prin utilizarea a două oscilatoare independente, cu frecvențe diferite, comutate conform secvenței binare de transmis. Ca urmare a lărgirii spectrului de putere, nu se practică MFD cu discontinuitate de fază decât - eventual - în cazul sistemelor cu mai mult de două frecvențe.

Se consideră numai modulația cu fază continuă. Fie un caz simplu, în care se transmite secvența binară 1010...; frecvențele emise în linie sînt $\omega_0 + \Delta\omega$ pentru simbolul 1 și $\omega_0 - \Delta\omega$ pentru simbolul 0. Fie frecvența de semnalizare

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{T} \quad (6.5)$$

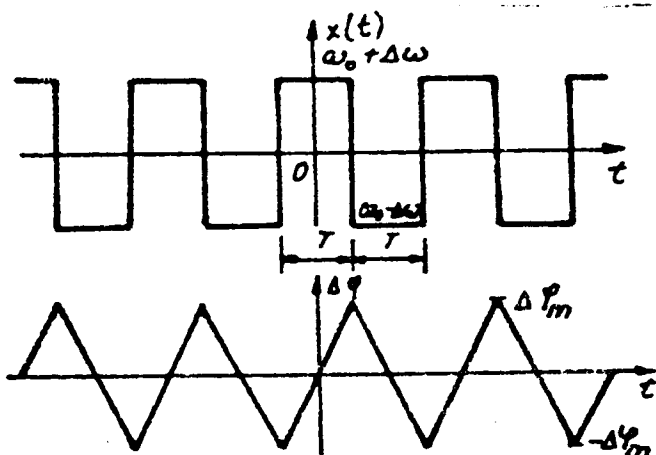


Fig.6.2.

unde T este durata unui simbol. Semnalul modulat, ca fazor, se poate pune sub forma (pentru $\theta = 0$)

$$s(t) = U_0 e^{j\omega_0 t} e^{j\Delta\varphi(t)} \quad (6.6)$$

Cum $\Delta\varphi$ este (figura 6.2) o funcție periodică, ea poate fi dezvoltată în serie Fourier. Valoarea ei maximă este $\Delta\omega \cdot T/2$. Notînd indicale de modulație cu

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Omega} = 2 \frac{\Delta\varphi_m}{\pi} \quad (6.7)$$

fazorul $s(t)$ se poate pune sub forma [66]

$$s(t) = U_0 \sum_n \frac{\beta}{\beta+n} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2} (\beta-n)}{\frac{\pi}{2} (\beta-n)} e^{j(\omega_0+n\Omega)t} \quad (6.8)$$

După cum se poate observa, componentele laterale sînt simetrice față de purtătoare și amplitudinile cele mai mari sînt ale

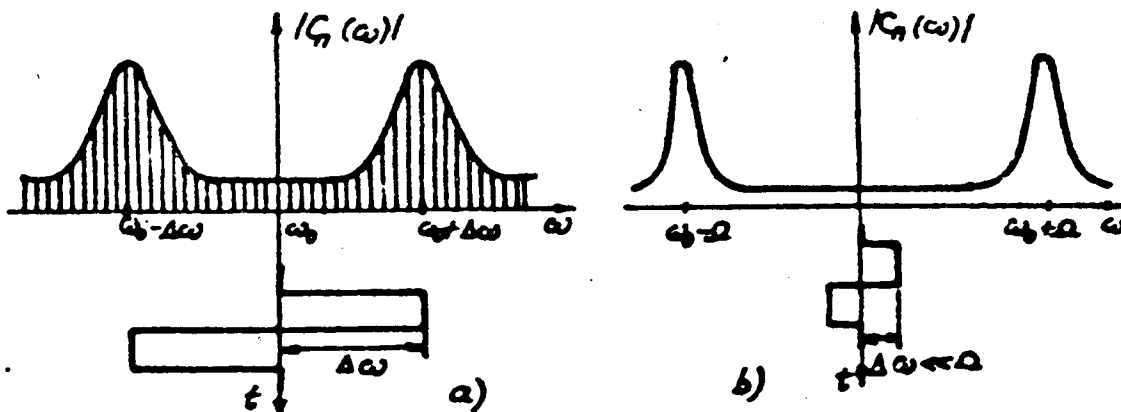


Fig.6.3.

componentelor cu $n = \beta$. Frecvența acestor componente este $\omega_0 + n\Omega = \omega_0 + \beta\Omega = \omega_0 + \Delta\omega$. Amplitudinile componentelor spectrale sînt

$$C_n = U_0 \frac{\beta}{\beta+n} \frac{\sin \frac{\pi}{2} (\beta-n)}{\frac{\pi}{2} (\beta-n)} \quad (6.8')$$

și se găsesc reprezentate în figura 6.3.a. Dacă indicele de modulație este foarte mic, $\beta \ll 1$, energia nu se mai concentrează în jurul frecvențelor $\omega_0 \pm \Delta\omega$ ci în jurul frecvențelor $\omega_0 \pm \Omega$ ca și în cazul modulației sinusoidale de amplitudine (figura 6.3.b).

Și în cazul mesajelor rectangulare se poate considera pentru lățimea de bandă expresia

$$B = 2(\beta+1)\Omega. \quad (6.9)$$

În cazul în care se consideră o mulțime de secvențe binare aleatoare, uniform distribuite, spectrul normalizat $S_n(F)$ se obține [41] din

$$S_n(F) = \frac{S(F)}{S_0^2 T} = \begin{cases} \frac{1}{2} m \left\{ \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \right\} + B \frac{\left(m \left\{ \frac{\sin \alpha}{\alpha} e^{-j\lambda} \right\} \right)^2}{1 - \Phi(\Delta\omega T) e^{-j2\pi F}} & \text{dacă } |\Phi(\Delta\omega T)| < 1 \\ \frac{1}{2} m \left\{ \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2\pi} m \left\{ \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \right\} \sum_n \left[\delta(\lambda - 2\pi n) - 1 \right] & \text{dacă } |\Phi(\Delta\omega T)| = 1 \end{cases} \quad (6.10)$$

în care s-au notat

$$F = (\omega - \omega_0) \frac{T}{2\pi}; \quad \alpha = (\omega - \omega_0 - a_n \Delta\omega) \frac{T}{2}; \quad \lambda = (\omega - \omega_0) T + \pi$$

iar Φ reprezintă funcția caracteristică a variabilei aleatoare $\{a_n\}$, evaluată pentru $\Delta\omega \cdot T = \beta\pi$.

Relația (6.10) arată că pentru $\lambda = 2\pi n$ sau, ținând seama de λ și F , pentru $F = -0,5 + n$ apar linii spectrale discrete. În figura 6.4 este reprezentată densitatea spectrală normalizată în funcție de deviația de frecvență, avînd ca parametru indicele de modulație β . Trebuie evitate acele deviații de frecvență la care vîrfurile din spectru devin funcții delta, ca urmare a diafoniilor ce se pot produce.

În cazul sistemelor de transmisiune pe circuite telefonice, marea majoritate a echipamentelor au diferența dintre cele două frecvențe de semnalizare egală cu frecvența maximă a semnalului modulator. Unul dintre simboluri conține exact cu o perioadă de oscilație mai mult decît celălalt.

În ceea ce privește modulatorul, dacă frecvența purtătoare este mare față de frecvența maximă de repetiție a semnalului binar (pe durata unui simbol apar cel puțin 10 cicluri ale purtătoarei)

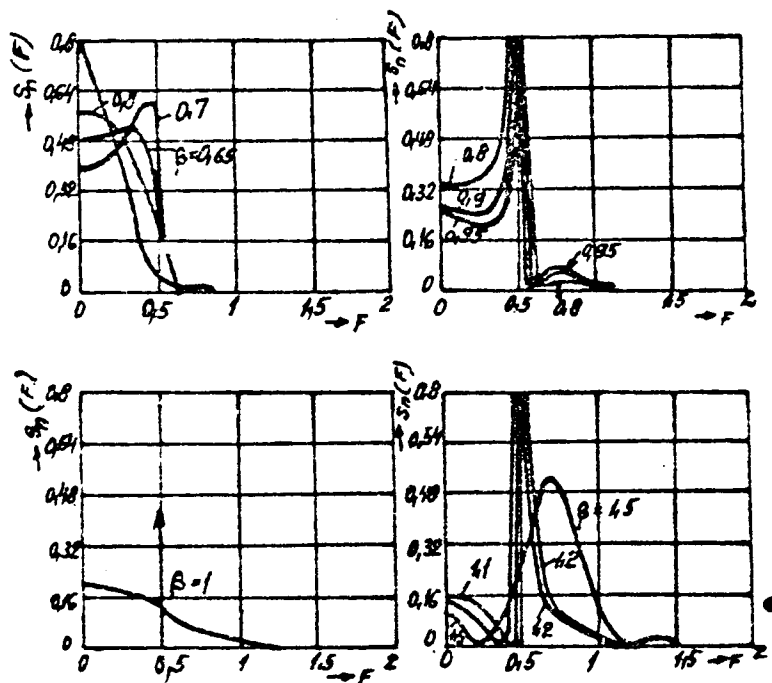


Fig.6.4.

cel mai potrivit circuit este oscilatorul controlat în tensiune (OCT), comandat direct de către semnalul din banda de bază. La trecerea de la o frecvență la alta nu apar, în acest caz, fenomene tranzitorii.

6.2. Demodulația semnalelor MFD

Demodulația poate fi de tip coerent sau necoherent. Unul din marile avantaje ale sistemelor MFD este acela că pot utiliza cu succes demodularea necoherentă.

Schema bloc a unui demodulator pentru semnale MFD este prezentată în figura 6.5. Cu ajutorul filtrului trece bandă se elimină perturbațiile provenite din afara benzii semnalului util. Sem-

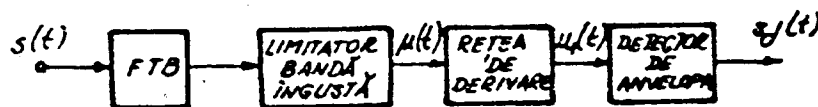


Fig.6.5.

nalul filtrat este limitat de către un limitator urmat imediat de un filtru trece bandă (limitator de bandă îngustă). La ieșirea acestuia semnalul are amplitudinea constantă

$$u(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int_0^t x(\tau) d\tau + \theta \right]. \quad (6.11)$$

Rețeaua de derivare permite obținerea semnalului

$$u_1(t) = -K_0 U_0 \left[\omega_0 + \Delta\omega \cdot x(t) \right] \sin \left[\omega_0 t + \Delta\omega \int_0^t x(\tau) d\tau + \theta \right], \quad (6.12)$$

modulat atât în frecvență cât și în amplitudine. K_0 este o constantă a circuitului de derivare.

La ieșirea detectorului de envelopă rezultă

$$u_d(t) = U_0 K_0 K_d \left[\omega_0 + \Delta\omega \cdot x(t) \right] = U_0 K_0 K_d \omega_0 \left[1 + m x(t) \right] \quad (6.13)$$

unde K_d este o constantă, iar $m = \Delta\omega / \omega_0$ este gradul de modulație. Cum distanța între frecvențele de semnalizare este în general mică, gradul de modulație este de ordinul procentelor.

Nu este obligatorie utilizarea unui limitator tip trece bandă. La ieșirea unui limitator de bandă largă apar impulsuri trapezoidale prin a căror derivare rezultă impulsuri modulate în amplitudine și frecvență. După demodulatorul de envelopă se obține un semnal similar cu cel dat de relația (6.13).

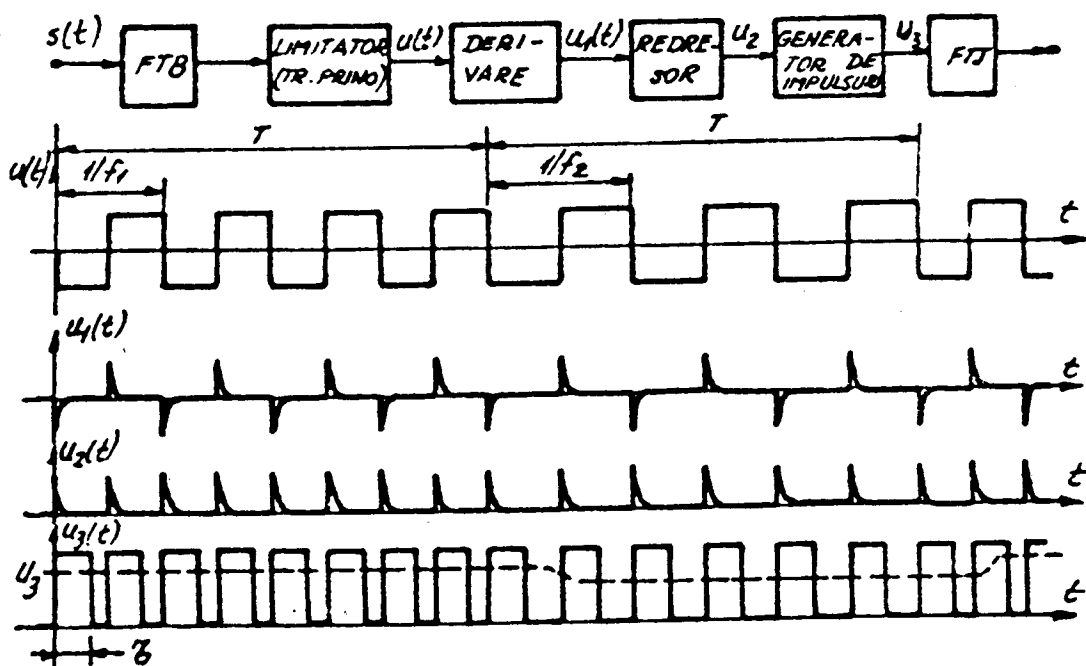


Fig.6.6.

Un alt tip de demodulator MF este cel prezentat în figura 6.6. Limitatorul formează impulsuri dreptunghiulare $u(t)$, ce sînt derivate și apoi redresate. Un generator de impulsuri asigură ge-

nerarea unor impulsuri cu durata τ și amplitudinea U_3 , ambele constante. Filtrul trece jos asigură separarea componentei continue din $u_3(t)$, astfel că la ieșire se obține

$$s_d(t) = \frac{\omega_0 + \Delta\omega x(t)}{\pi} \tau U_3 R(0), \quad (6.14)$$

$R(0)$ fiind amplificarea filtrului trece jos la $\omega=0$.

Este evident că durata impulsurilor, τ , nu poate fi mai mare decât jumătate din perioada minimă, $0,5/f_1$, deci

$$\tau < \frac{\pi}{\omega_0 + \Delta\omega}. \quad (6.15)$$

O funcționare corectă a schemei impune [41] ca, în banda de trecere a filtrului trece jos, caracteristica de frecvență a filtrului trece bandă, $H(\omega)$ să fie o constantă.

În calitate de demodulator poate fi utilizat și circuitul cu calare de fază (PLL) tip $\beta E 565$ [71]. Cele două frecvențe de semnalizare sînt 2025 Hz pentru simbolul zero și 2225 Hz pentru

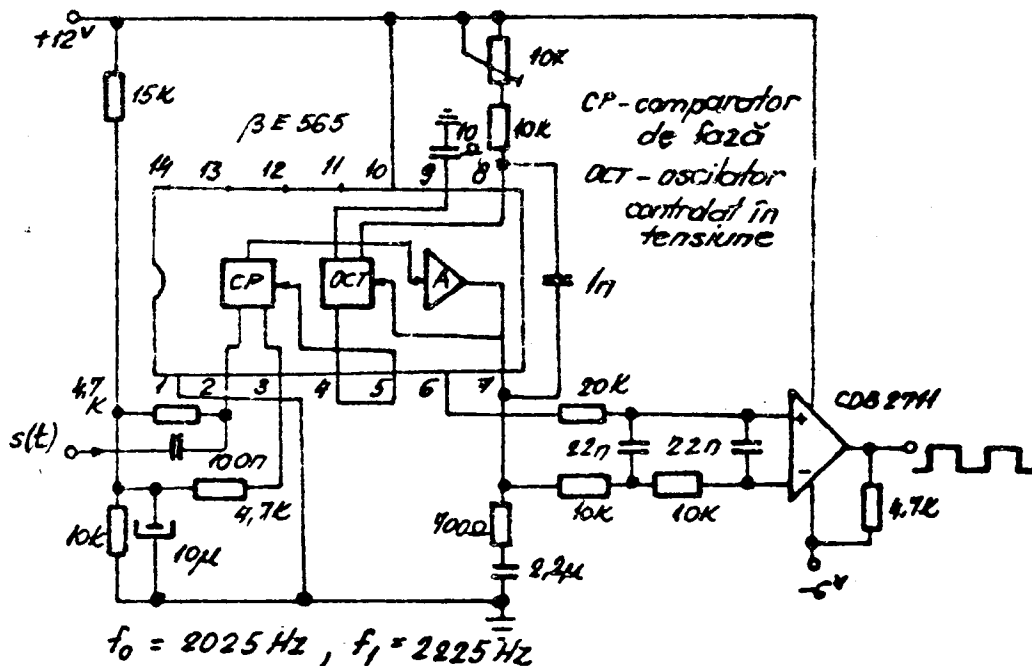


Fig.6.7.

simbolul unu. Impulsurile de ieșire sînt filtrate iar formarea ieșirii se asigură prin comparatorul 2711, utilizîndu-se referința internă a circuitului 565.

Un tip aparte îl constituie demodulatorul diferențial, preferat în cazul canalelor de comunicație puternic dispersive. Are

avantajul de a utiliza elemente RC, fiind integrabil.

Schema bloc a demodulatorului diferențial este prezentată în figura 6.8. Considerăm pentru semnalul de intrare filtrat expresia (6.11), cu $\theta = 0$. După circuitul de întârziere cu τ , se obține semnalul

$$u(t-\tau) = U_0 \cos \left[\omega_0(t-\tau) + \Delta\omega \cdot \int_0^{t-\tau} x(\zeta) d\zeta \right]. \quad (6.16)$$

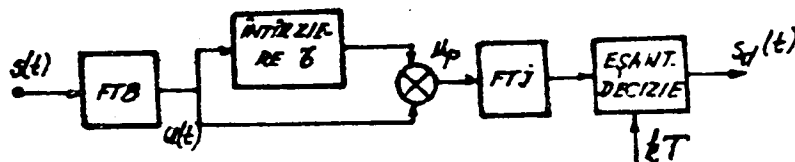


Fig.6.8.

Produsul celor două semnale, $u_p(t)$, va fi

$$u_p(t) = u(t)u(t-\tau) = \frac{U_0^2}{2} \left\{ \cos \left[2\omega_0 t - \omega_0 \tau + \Delta\omega \cdot \int_0^t x(\zeta) d\zeta + \Delta\omega \cdot \int_0^{t-\tau} x(\zeta) d\zeta + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos \left[\omega_0 \tau + \Delta\omega \cdot \int_{t-\tau}^t x(\zeta) d\zeta \right] \right\}. \quad (6.17)$$

Se filtrează astfel încît armonica a doua să fie suprimată. Alegînd întârzierea τ astfel ca $\omega_0 \tau = \pi/2$, relația (6.17) se transformă în

$$s_d(t) = \frac{U_0^2}{2} \cos \left[\frac{\pi}{2} + \Delta\omega \cdot \int_{t-\tau}^t x(\zeta) d\zeta \right].$$

Dacă se consideră $x(\zeta) = \pm 1$ (semnalizare binară), rezultă

$$s_d(t) = - \frac{U_0^2}{2} \sin (\pm \Delta\omega \cdot \tau). \quad (6.18)$$

Cum $\Delta\omega \cdot \tau$ este un unghi mic, relația ce dă semnalul de ieșire se poate aproxima cu

$$s_d(t) = \pm \frac{U_0^2}{2} \cdot \Delta\omega \cdot \tau. \quad (6.18')$$

6.3. Erori în sistemele de transmisiuni cu modulație de frecvență

În cazul modulației de frecvență probabilitatea de apari-

ție a erorii este dificil de calculat. Acest lucru se datorește faptului că demodulatorul MF este un element ce modifică neliniar repartiția zgomotului de la intrare. Se caută de aceea performanțele limită ale sistemelor MFD.

Probabilitatea de apariție a erorii este determinată, pe lângă proprietățile statistice ale procesului aleator de la ieșirea demodulatorului, și de singularitățile din distribuția acestui proces.

Se consideră pentru analiza performanțelor demodulatoarelor MFD optime necoherente destinate recepției semnalelor binare, demodulatorul din figura 6.9. Se utilizează două filtre trecătoare

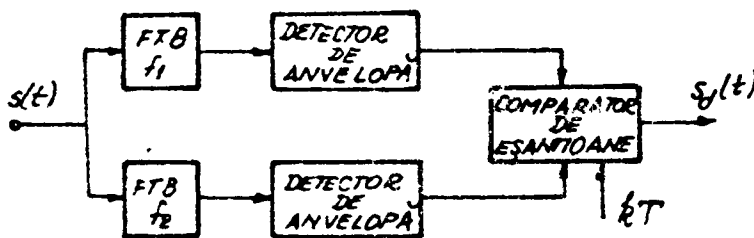


Fig.6.9.

bandă acordate pe frecvențele f_1 și f_2 , corespunzătoare celor două simboluri binare, unu și respectiv zero. Semnalele de la ieșirile filtrelor se aplică unor detectoare

de anvelopă. Anvelopele obținute sînt eșantionate la momentele de timp kT (favorabile), mărimile eșantioanelor fiind apoi comparate pentru a lua decizia asupra simbolului recepționat.

Considerăm că cele două simboluri au probabilitățile a priori de a fi transmise egale. Nu se iau în considerare interferențele între simboluri, diafonile etc., ci numai zgomotul introdus de canal, considerat alb, gaussian. Cele două filtre au banda de trecere identică și deci aceeași putere de zgomot, P_z , la ieșire.

Semnalul MFD binar poate fi exprimat prin

$$s_1(t) = U_0 \cos \omega_1 t \text{ pentru "1"} \quad (6.19)$$

$$s_0(t) = U_0 \cos \omega_2 t \text{ pentru "0"}.$$

La ieșirea filtrului acordat pe f_1 , în cazul recepționării simbolului unu vom avea, conform relațiilor (5.28) și (5.29)

$$s_{R1}(t) = [U_0 + v(t)] \cos \omega_1 t - w(t) \sin \omega_1 t = r_1(t) \cos [\omega_1 t + \theta(t)], \quad (6.20)$$

unde s-au notat:

$$r_1(t) = \sqrt{[U_0 + v(t)]^2 + w^2(t)}$$

$$\theta(t) = -\operatorname{arctg} \frac{w(t)}{U_0 + v(t)}.$$

Densitatea de probabilitate a variabilei aleatoare $r_1(t)$ este dată de

$$p(r_1) = \frac{r_1}{P_z} I_0\left(\frac{U_0 r_1}{P_z}\right) e^{-\frac{U_0 + r_1^2}{2P_z}} \quad 0 \leq r_1 \quad (6.21 = 5.32)$$

Deoarece se recepționează un semnal cu frecvența f_1 , filtrul acordat pe frecvența f_2 are la ieșire doar zgomot:

$$s_{R2}(t) = v(t) \cos \omega_2 t - w(t) \sin \omega_2 t = r_2(t) \cos [\omega_2 t + \theta_2(t)] \quad (6.22)$$

$$r_2(t) = \sqrt{v^2(t) + w^2(t)}$$

$$\theta_2(t) = -\operatorname{arctg} \frac{w(t)}{v(t)}$$

Pentru anvelopa $r_2(t)$ avem

$$p(r_2) = \frac{r_2}{P_z} e^{-\frac{r_2^2}{2P_z}} \quad 0 \leq r_2 \quad (6.23 = 5.33)$$

Zgomotele de la ieșirile celor două filtre sînt necorelate și deci necorelate sînt și anvelopele r_1 și r_2 . Cum s-a presupus că se recepționează simbolul 1, apare eroare dacă eșantionul prelevat din r_2 întrece eșantionul prelevat din r_1

$$P_\theta = P(r_1 < r_2) = \int_0^\infty p(r_1) \left[\int_{r_1}^\infty p(r_2) dr_2 \right] dr_1 \quad (6.24)$$

Efectuînd integrala interioară se ajunge la relația

$$P_\theta = \int_0^\infty \frac{r_1}{P_z} I_0\left(\frac{U_0 r_1}{P_z}\right) e^{-\frac{r_1^2}{2P_z}} e^{-\frac{U_0}{2P_z}} dr_1 = \frac{1}{2} e^{-\tau} \int_0^\infty x I_0(x\sqrt{\tau}) e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (6.25)$$

în care s-a notat cu τ raportul semnal zgomot la ieșirea filtrului acordat pe frecvența f_1 ,

$$\tau = \frac{U_0^2}{2P_z}$$

iar x este

$$x = \frac{r_1 \sqrt{2}}{P_z}$$

Dacă se are în vedere definiția funcției Q dată prin relația (5.36), după înmulțire și împărțire cu $e^{-\gamma/2}$, se obține din relația (6.25)

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\frac{\gamma}{2}} Q(\sqrt{\gamma}, 0). \quad (6.26)$$

Conform relației (5.42), pentru valori γ mari,

$$Q(\sqrt{\gamma}, 0) = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{\sqrt{\gamma}}{2} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma}} e^{-\frac{\gamma}{4}} \approx 1 \quad (6.27)$$

și deci probabilitatea de eroare pentru demodulatoare MFD necoherente (optime) este

$$P_e \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{\gamma}{2}}. \quad (6.28)$$

Comparând relațiile (5.44) și (6.28) rezultă că demodulația necoherentă a semnalelor de amplitudine ar fi de calitate mai slabă decât demodulația necoherentă a semnalelor MFD. Avantajul

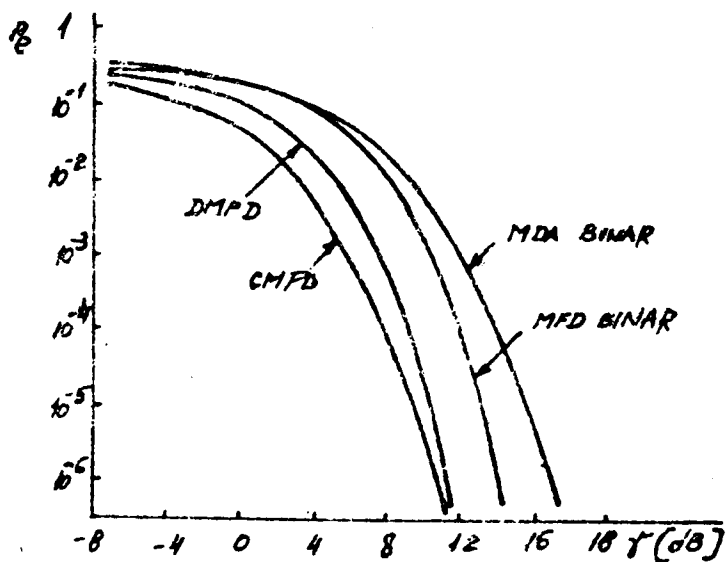


Fig.6.10.

este numai aparent de partea sistemelor MFD; dacă sistemele au aceeași viteză de transmisiune - aceeași durată a impulsurilor - sistemele MFD, lucrând permanent, transmit o putere de 2 ori mai mare decât sistemele MA cu modulație OOK.

Sistemele MFD au avantajul de a putea utiliza detecția

necoherentă, pragul de decizie fiind independent de raportul semnal/zgomot, γ . Deciziile se iau prin compararea diferențelor $r_2 - r_1$ cu nivelul 0.

În figura 6.10 se indică performanțele unor sisteme de transmisiuni în funcție de raportul semnal/zgomot, γ .

Pentru a putea compara demodulatorul MFD optim cu un discriminator de frecvență se dă pentru acesta din urmă probabilitatea de eroare [41]

$$P'_0 = \frac{1}{2} e^{-\gamma'} \quad (6.29)$$

γ' fiind raportul semnal zgomot în cazul discriminatorului (figurile 6.5, 6.6 și 6.8). Deoarece filtrul trece bandă de la intrarea discriminatorului are banda mai mult decât dublă față de a oricăreia dintre filtrele demodulatorului optim (cu raport semnal/zgomot γ), rezultă că

$$\gamma' < \frac{\gamma}{2}$$

dacă se consideră aceeași viteză de semnalizare și aceeași putere. Rezultă că $P'_0 > P_0$, ceea ce atestă superioritatea demodulatorului MFD necoherent optim față de discriminatorile de frecvență utilizabile în sistemele MFD.