

4. TRANSMISIUNI DE DATE IN BANDA DE BAZA

Prin transmisiuni în banda de bază vom înțelege acele transmisiuni care utilizează porțiunea din apropierea frecvenței 0 din banda de frecvență a canalului. În această categorie intră toate tipurile de modulație în impulsuri.

Pentru transmiterea datelor binare modulația amplitudinii impulsului este cea mai simplă și mai eficientă.

Considerăm un mesaj $s(t)$ constând din N simboluri ce apar la intervale de timp T . Dacă se transmit N impulsuri $g(t)$ cu amplitudinile a_n , corespunzătoare simbolurilor ce se emit, semnalul $s(t)$ se poate scrie sub forma

$$s(t) = \sum_{n=1}^N a_n g(t-nT). \quad (4.1)$$

Se aplică la intrarea canalului de comunicație o succesiune de impulsuri cu amplitudinile a_n . Scopul este distanțarea maximă între amplitudinile simbolurilor la o putere de emisie cât mai redusă. Cel mai favorabil sistem de semnalizare, din acest punct de vedere este cel polar, cu amplitudinile $+d$, $+3d$ etc. În cazul transmisiunii semnalelor binare, nivelurile din linie sînt $+d$.

Semnalul recepționat $r(t)$ este prelucrat de către receptor pentru a se stabili amplitudinea sa și în consecință simbolul ce a fost emis. În majoritatea sistemelor, fiecare simbol recepționat

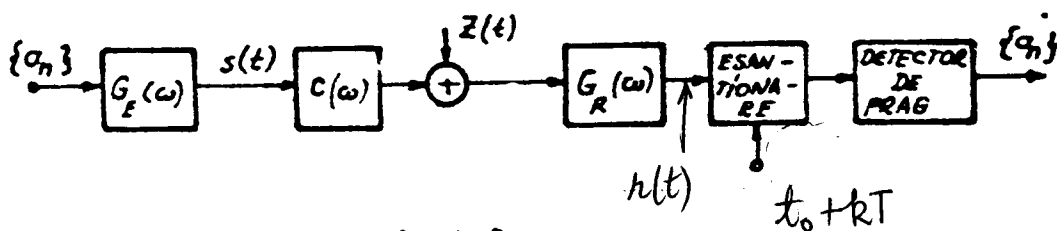


Fig.4.1.

se prelucrează individual. Schema bloc a unui sistem cu modulația impulsurilor în amplitudine este prezentată în figura 4.1.

La emisie și recepție se utilizează filtrele cu funcțiile de transfer $G_T(\omega)$ și respectiv $G_R(\omega)$. Eșantionarea semnalului recepționat se face la momentele $t_0 + kT$ iar valoarea eșantionului se aplică unui detector de prag, ce decide asupra simbolului recepționat.

$C(\omega)$ este funcția de transfer a canalului ideal. Pentru un astfel de canal, dacă $s(t)$ este semnalul aplicat la intrarea sa iar $r(t)$ semnalul obținut la ieșire

$$r(t) = A \cdot s(t - \tau_c), \quad (4.2)$$

τ_c fiind întârziere pe canal iar A atenuarea sa.

Din relația (4.2) se deduce imediat

$$R(\omega) = A e^{-j\omega\tau_c} S(\omega) = C(\omega) \cdot S(\omega) \quad (4.3)$$

ceea ce înseamnă că $C(\omega)$ are forma

$$C(\omega) = A e^{-j\omega\tau_c} \quad (4.4)$$

Timpul de întârziere de grup în canalul ideal este constant și egal cu τ_c , independent de frecvență. Canalul este denumit nedispersiv și el nu deformează semnalul aplicat la intrarea sa.

Canalele reale prezintă, după cum s-a văzut, distorsiuni liniare; funcția de transfer a unui canal real are forma

$$C(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (4.5)$$

unde $\varphi(\omega)$ nu variază liniar cu frecvența. Prin urmare, timpul de întârziere de grup, $d\varphi/d\omega$, nu mai este constant, canalul (denumit dispersiv) modifică forma semnalului ce se transmite prin el.

Referindu-ne la figura 4.1, să considerăm că la intrarea filtrului $G_F(\omega)$ se aplică impulsuri cu durată foarte scurtă, teoretic impulsuri delta, decalate cu T și modulate în amplitudine de către secvența binară de transmis. Semnalul aplicat filtrului $G_F(\omega)$ va fi:

$$s_1(t) = \sum_{n=1}^N a_n \delta(t-nT) \quad (4.6)$$

iar la intrarea în canal

$$s_0(t) = \sum_{n=1}^N a_n g_0(t-nT) \quad (4.7)$$

unde însă g_0 nu mai este, în general, un impuls dreptunghiular ci este dat de relația

$$g_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (4.8)$$

Impulsurile $a_n g_0(t-nT)$ se dispersează în timpul propagării și se însumează cu zgomotul din canal. Filtrul de la recepție eli-

mină o parte din perturbații și formează impulsurile recepționate. Dacă se notează

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_B(\omega) C(\omega) G_R(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (4.9)$$

semnalul recepționat, după filtru, este

$$r(t) = \sum_{n=1}^N a_n g(t-nT) + Z(t). \quad (4.10)$$

Eșantioanele prelevându-se la momentele $t_0 + kT$, rezultă, după circuitul de eșantionare

$$r(t_0 + kT) = \sum_{n=1}^N a_n g[t_0 + (k-n)T] + Z(t_0 + kT) \quad (4.11)$$

sau, cu notațiile

$$r(t_0 + kT) = r_k, \quad g(t_0 + kT) = g_k, \quad Z(t_0 + kT) = Z_k,$$

$$r_k = \sum_{n=1}^N a_n g_{k-n} + Z_k. \quad (4.12)$$

4.1. Transmisiuni fără interferență între simboluri

Eșantionând la momentul $t_0 + kT$, am dori ca simbolul recepționat să fie doar a_k . Din relația (4.12), separând termenul $r=k$, obținem

$$r_k = a_k g_0 + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N a_n g_{k-n} + Z_k. \quad (4.13)$$

Termenul al doilea din membrul drept al relației (4.13) reprezintă perturbația cauzată de celelalte simboluri asupra eșantionului prelevat din simbolul curent. Dacă distanța între nivelurile de decizie este $2d$ și transmisiunea este polară, poate apare o eroare la recepție, dacă

$$\frac{1}{g_0} \left| \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N a_n g_{k-n} + Z_k \right| > d. \quad (4.14)$$

Teorema lui Nyquist afirmă că într-un canal echivalent cu un filtru trece jos ideal, cu frecvența de tăiere F , este posibilă transmiterea semnalelor binare independente, cu o viteză de semnalizare mai mică decât $2F$ simboluri/secundă, fără interferență între simboluri.

În figura 4.2 este reprezentată funcția de transfer a în-

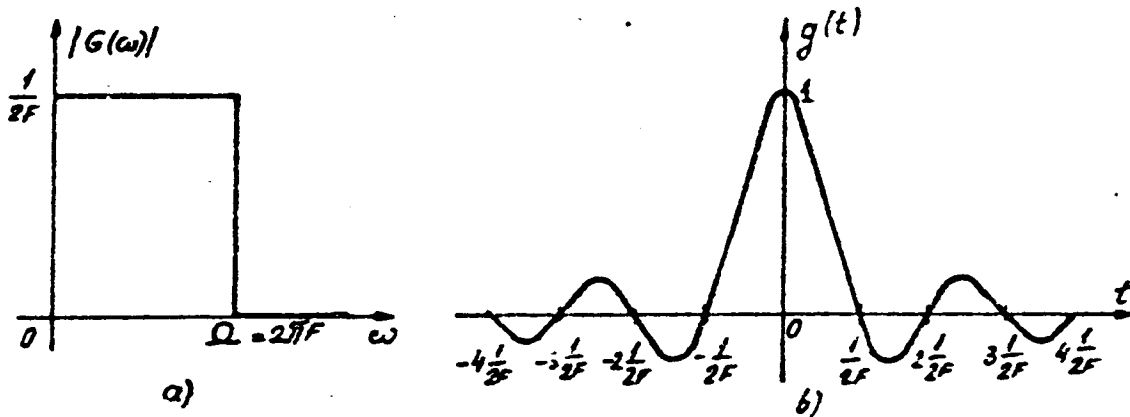


Fig.4.2.

tregului sistem de transmisiune

$$G(\omega) = G_T(\omega) \cdot C(\omega) \cdot G_R(\omega) \quad (4.15)$$

considerat ca filtru trece jos ideal iar în figura 4.2.b funcția de pondere, $g(t)$, dată prin relația (4.9).

Dacă se consideră faza nulă și

$$G(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2F} & |\omega| \leq \Omega = 2\pi F \\ 0 & |\omega| > \Omega \end{cases} \quad (4.16)$$

substituind în relația (4.9) se obține pentru funcția pondere expresia

$$g(t) = \frac{\sin \Omega t}{\Omega t} \quad (4.17)$$

Funcția $g(t)$ are treceri prin zero la momentele

$$t_k = k \frac{1}{2F}; \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.18)$$

Considerând o succesiune de impulsuri pe linie, decalate în timp cu T , condiția de interferență nulă între simboluri se poate scrie sub forma

$$T = k \frac{1}{2F},$$

din care se calculează viteza de transmitere

$$v = \frac{1}{T} = \frac{1}{k} \cdot 2F. \quad (4.19)$$

Valoarea maximă a vitezei de transmitere se obține particularizând relația (4.19) pentru $k=1$. Se obține viteza maximă

$$v_M = 2F, \quad (4.20)$$

rezultat care este conform cu teorema lui Nyquist.

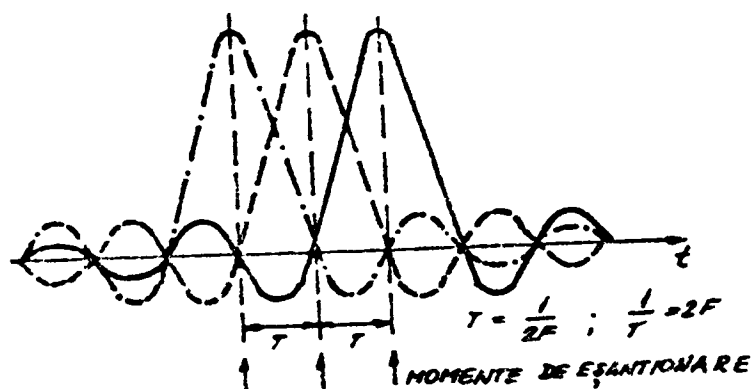


Fig.4.3.

Banda Nyquist a filtrului trece jos ideal ce permite semnalizarea cu viteza V se deduce din (4.19) ca fiind

$$F \geq \frac{1}{2T} \quad (4.21)$$

În figura 4.3 este arătată o succesiune de 3 simboluri decalate cu T între ele, banda Nyquist sa-

tisfăcând relația (4.21) cu semnul egal. Se observă lipsa interferenței între simboluri dacă momentele de eșantionare sînt cele marcate. Crescînd viteza de semnalizare peste $2F$, este evidentă prezența interferenței între simboluri.

Se pune problema găsirii unor filtre, realizabile, pentru transmisia de date. De altminteri, un filtru abrupt nu este potrivit, deoarece panta semnalului $g(t)$ este mare la trecerile prin zero. Ca atare ușoare abateri de la momentul cel mai favorabil de eșantionare conduc la interferențe serioase.

Fie $F > 0,5 T$. Eșantionul $g_n = g(nT)$ se calculează conform relației (4.9) și egalității (4.15) ca fiind

$$g_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega nT} d\omega = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{\frac{(2k-1)\pi}{T}}^{\frac{(2k+1)\pi}{T}} G(\omega) e^{j\omega nT} d\omega \quad (4.22)$$

Făcînd schimbarea de variabilă

$$\omega \rightarrow \omega - \frac{2\pi k}{T}$$

și inversînd ordinea operațiilor de sumare și integrare în (4.22), se obține

$$g_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \left[\sum_k G\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right) \right] e^{j\omega nT} d\omega \quad (4.23)$$

Pentru a obține perturbații nule între simboluri este necesar ca - vezi relația (4.16)

$$G_{eq} = \begin{cases} \sum_k G(\omega - \frac{2\pi k}{T}) & |\omega| \leq \frac{\Omega}{T} \\ 0 & |\omega| > \frac{\Omega}{T} \end{cases} \equiv \begin{cases} \frac{1}{2T} = T & |\omega| \leq \frac{\Omega}{T} \\ 0 & |\omega| > \frac{\Omega}{T} \end{cases} \quad (4.24)$$

Conform relației (4.24), se secționează caracteristica $G(\omega)$ în benzi $2\pi/T$ ce se suprapun în banda Nyquist. Dacă se obține o formă dreptunghiulară, este satisfăcută condiția ca să nu apară interferențe.

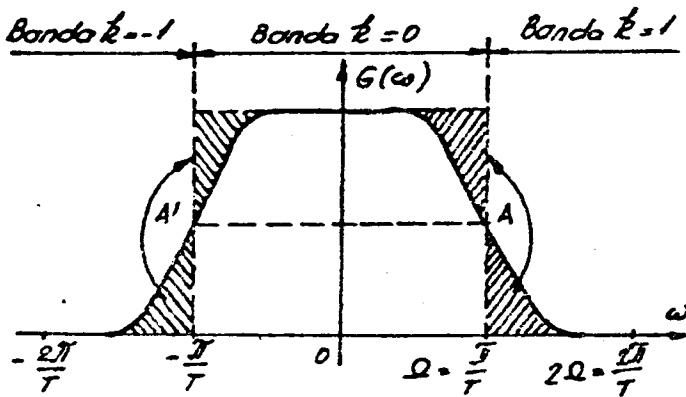


Fig.4.4.

Considerăm un filtru avînd frecvența de tăiere Ω/T și caracteristica sa simetrică în raport cu punctele A (A') - figura 4.4. Se pot observa cele 3 benzi ne-nule. Ca urmare a simetriei caracteristicii, suprafețele hașurate sînt egale, astfel că prin pliere rezultă o caracteristică echivalentă Nyquist.

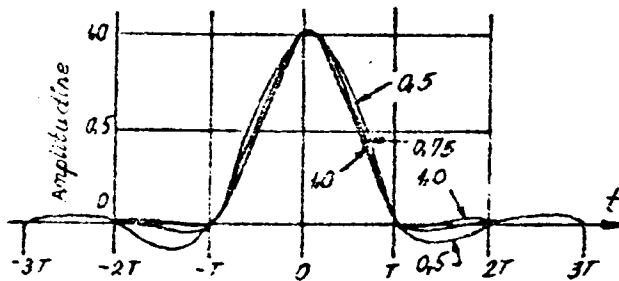


Fig.4.5.

Condițiile date prin relația (4.24) sînt satisfăcute de către o categorie de caracteristici denumite de tip "cosinus ridicat". Dacă frecvența de tăiere este $\Omega = \sqrt{1-\alpha}T$, se definește

$$G(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2\Omega} [1 - \sin(\frac{\pi\omega}{2\alpha\Omega} - \frac{\pi}{2\alpha})] & \Omega(1-\alpha) \leq |\omega| \leq \Omega(1+\alpha) \\ 0 & |\omega| > \Omega(1+\alpha) \end{cases} \quad (4.25)$$

$$0 < \alpha \leq 1.$$

Rezultă funcția pondere ca fiind

$$g(t) = \frac{\sin \Omega t}{\Omega t} \cdot \frac{\cos \alpha \Omega t}{1 - \left(\frac{2\alpha \Omega t}{\pi}\right)^2} \quad (4.26)$$

In figura 4.5 sînt ilustrate funcțiile pondere pentru 3 valori ale lui α . Pentru $\alpha = 1$ se obține o caracteristică de forma

$$G(\omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{\Omega} \cos^2 \frac{\pi \omega}{4 \Omega} & |\omega| \leq 2\Omega \\ 0 & |\omega| > 2\Omega \end{cases} \quad (4.27)$$

cu funcția pondere

$$g(t) = \frac{\sin \frac{\pi t}{T}}{\frac{\pi t}{T}} \cdot \frac{\cos \frac{\pi t}{T}}{1 - \left(\frac{2t}{T}\right)^2} \quad (4.28)$$

Lobii laterali ai acestei ultime funcții sînt reduși, ca urmare a împărțirii cu o funcție crescătoare cu t^2 . Pantele la momentele de eșantionare ($0, T, 2T \dots$) sînt mult mai reduse decît în cazul funcției pondere a filtrului trece jos ideal și ca urmare influența nesincronismelor este mult redusă. In schimb, lărgimea de bandă este

$$F = 2 \cdot \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\Omega}{\pi} = \frac{1}{T} = v$$

și viteza de transmitere este doar F , în loc de $2F$, cît ar permite un filtru dreptunghiular cu banda $F = 2\Omega$.

O caracteristică de acest fel este avantajoasă în transmisiunile de date, deși "risipește" banda de frecvență, deoarece este rezistentă la perturbațiile între simboluri.

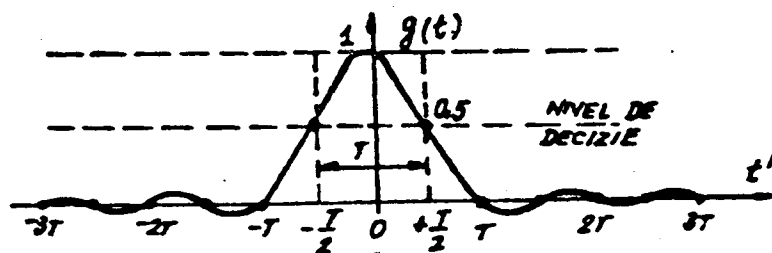


Fig.4.6.

Deoarece la $\pm T/2$, $g(t)$ are valoarea 0,5 - figura 4.6-impunînd un nivel de decizie 0,5 se pot forma la recepție impulsuri cu durată T .

In figura 4.7 se poate urmări forma de undă din linia de transmisiune în cazul secvenței indicate, pentru impulsuri cu spectrul cosinus pătrat.

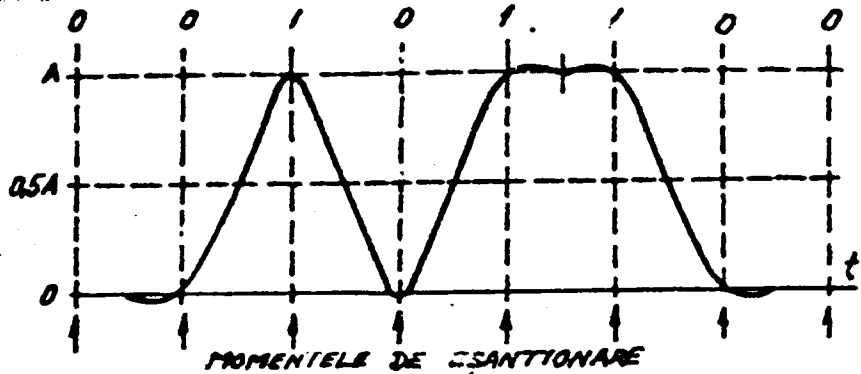


Fig.4.7.

O caracteristică de tip cosinus pătrat poate fi generată și pe cale numerică, utilizând un filtru binar transversal - figura 4.8.

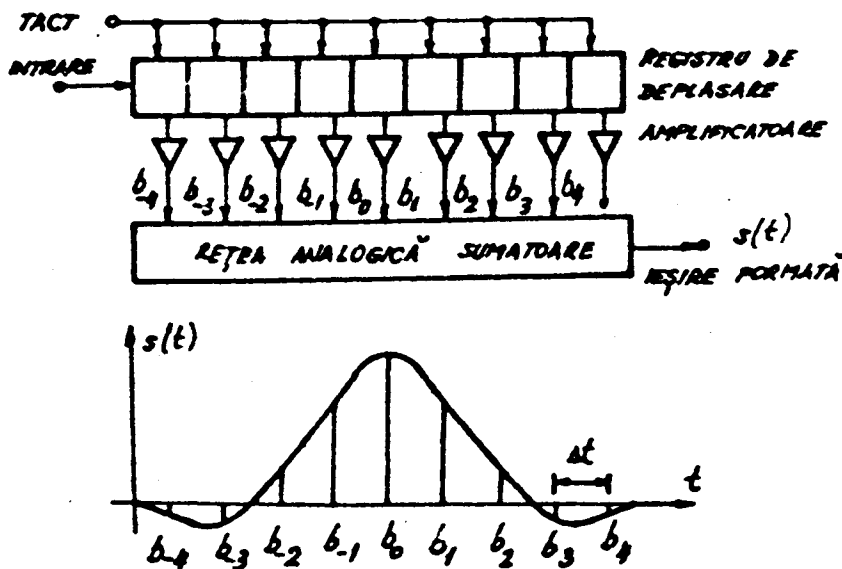


Fig.4.8.

Forma de undă ce trebuie realizată se eșantionează la intervale de timp Δt , rezultând eșantioanele semnificative $b_{-4}, b_{-3}, \dots, b_0, \dots, b_3, b_4$. Registrul de deplasare cu 9 celule are la ieșirile acestora tensiunile de 0 volt sau +5 v. Astfel se aleg factorii de transfer ai amplificatoarelor precum și semnelor, încât să se obțină eșantioanele dorite. Frecvența impulsurilor de tact pentru deplasare este $1/\Delta t$.

Evident, o schemă similară poate fi întrebuințată și pentru generarea directă a unor semnale modulate.

4.2. Transmisiuni cu interferență controlată între simboluri

În paragraful anterior s-au căutat caracteristici de filtre care să permită semnalizarea fără interferență între simboluri; s-a căutat acea caracteristică care diminuează cel mai mult lobi laterali ai semnalului din linie, astfel ca interferența nedorită, cauzată de deficiențele sistemului de sincronizare a receptorului, să fie cât mai redusă. Se poate însă semnaliza cu interferență controlată între simboluri dar, prelucrarea semnalului din linie nu mai este atât de simplă, simbolurile nu mai pot fi interpretate independent de către receptor.

Semnalizarea cu interferență între simboluri permite dublarea vitezei de transmitere motiv pentru care se mai numește și "semnalizare duobinară".

Filtrul ce permite semnalizarea cu interferență are o caracteristică de tip "cosinus"

$$G(\omega) = \begin{cases} \frac{2\pi}{\Omega} \cos \frac{\pi\omega}{2\Omega} & |\omega| \leq \Omega \\ 0 & |\omega| > \Omega \end{cases} \quad (4.29)$$

Funcția pondere a filtrului cosinus se obține sub forma

$$g(t) = \frac{4}{\pi} \frac{\cos \Omega t}{1 - (\frac{2\Omega t}{\pi})^2} \quad (4.30)$$

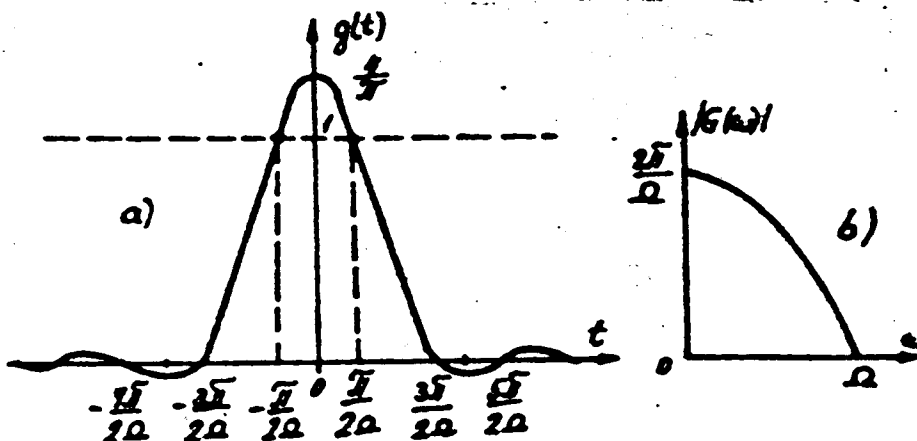


Fig.4.9.

În figura 4.9 se pot vedea atât $g(t)$ cât și $G(\omega)$ pentru filtrul cosinus. Se observă că la $\pm \pi/(2\Omega)$, răspunsul are mărimea 1, maximul său fiind $4/\pi$. Dacă se semnalizează cu T satisfăcând egalitatea

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1}{2f} \quad (4.31)$$

viteza de transmitere este

$$v = \frac{1}{T} = 2f$$

adică cea indicată de teorema Nyquist. Prin urmare metoda duobinară de semnalizare exploatează integral banda filtrului cosinus, spre deosebire de cazul semnalizării fără interferență utilizând un filtru cosinus pătrat. Inconvenientul ce apare este interferența între simboluri, care se poate analiza în figura 4.10. La ieșirea filtrului se obține semnalul

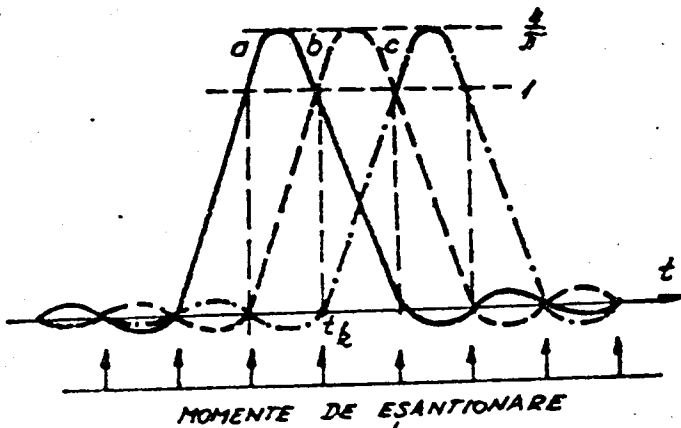


Fig.4.10.

$$r_k = a_k g(-\frac{T}{2}) + a_{k-1} g(\frac{T}{2}) + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k, k-1}}^N a_n g[(k-n-\frac{1}{2})T] \quad (4.34)$$

Cum însă $g(-T/2) = g(T/2) = 1$ și restul eșantionelor prelevate din $g(t)$ sînt nule, relația (4.34) se reduce la

$$r_k = a_k + a_{k-1} \quad (4.35)$$

Această ultimă relație arată că, alegînd momentele de eșantionare conform relației (4.33), valoarea eșantionului prelevat este dependentă de simbolul curent cît și de cel anterior lui.

Intr-un sistem polar de transmisiune, a_k poate fi +1 sau -1. Rezultă pentru r_k - relația (4.35) - trei valori posibile

$$r_k = \begin{cases} 0 & a_{k-1} = -1 \text{ și } a_k = +1 \text{ sau } a_{k-1} = 1 \text{ și } a_k = -1 \\ +2 & a_{k-1} = 1 \text{ și } a_k = 1 \\ -2 & a_{k-1} = -1 \text{ și } a_k = -1 \end{cases} \quad (4.36)$$

Metoda duobinară nu este ambiguă la pornire, deoarece $r_1 = a_1$.

Cunoscând a_1 și r_2 se determină a_2 etc. În figura 4.11 se arată o formă de undă la recepție $r(t)$, corespunzătoare unei secvențe emise, $s(t)$.

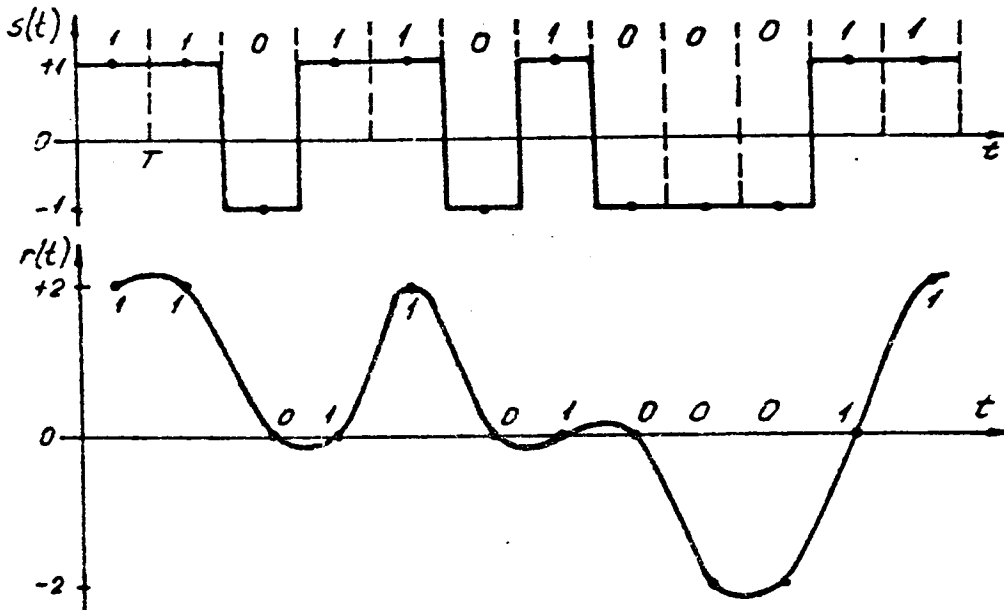


Fig.4.11.

Metoda duobinară are dezavantajul că la apariția unei erori se eronează și biții următori ca urmare a modalității de decizie. Pentru a înlătura acest inconvenient, se face o precodare a simbolurilor de emis a_k . Se emit pe linie simbolurile b_k , obținute cu relația

$$b_k = a_k \oplus b_{k-1}. \quad (4.37)$$

Dacă $a_k=0$, $b_k=b_{k-1}$ și $r_k=b_k+b_{k-1} = \pm 2$, după cum b_{k-1} a fost 1 sau 0. Dacă însă $a_k=1$, $b_k=\bar{b}_{k-1}$ și deci $r_k=b_k+b_{k-1}=0$. Redresind semnalul recepționat și comparându-l cu pragul 1, putem decide dacă s-a recepționat simbolul 0 (semnal mai mare decât pragul) sau simbolul 1.

4.3. Aprecierea mărimii interferenței între simboluri

În $G(\omega)$ intervine caracteristica canalului de transmisiune, $C(\omega)$. După cum s-a văzut în capitolul anterior, canalul produce distorsiuni liniare și neliniare. În principiu distorsiunile liniare cauzate de canal pot fi compensate prin egalizare. Dar parametrii canalului nu rămân constanți și deci nici egalizarea nu rezolvă decât parțial problema distorsiunilor. O îmbunătățire a situației se obține prin întrebuințarea unor egalizoare adaptive.

Zgomotul prezent la recepție poate fi și el redus. Sistemul de transmisiuni, lucrând în condiții reale va fi deci caracterizat de perturbații între simboluri care, deși pot fi diminuate, nu pot fi eliminate.

Informații deosebit de utile cu privire la efectul perturbațiilor între simboluri se obține aplicând semnalul recepționat $x(t)$ la amplificatorul de deflexie pe verticală al unui osciloscop și făcând ca baza de timp să aibă durata T . Sincronizând baza de timp, pe ecran se vor suprapune toate imaginile corespunzătoare realizărilor succesive ale semnalului de pe linie.

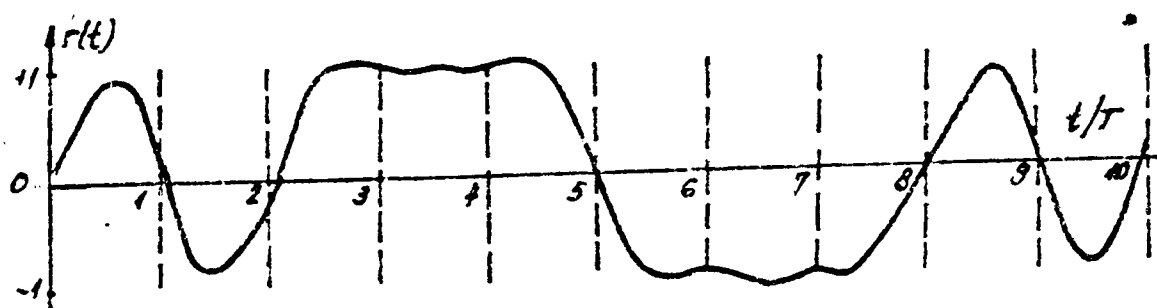


Fig.4.12.

În figura 4.12 se reprezintă un semnal din linie, afectat de distorsiuni. Suprapunând imaginile corespunzătoare unei perioade de eşantionare T , se obține imaginea din figura 4.13.b. Dacă semnalizarea ar fi fost lipsită de erori (canal ideal), s-ar fi obținut forma din figura 4.13.a.

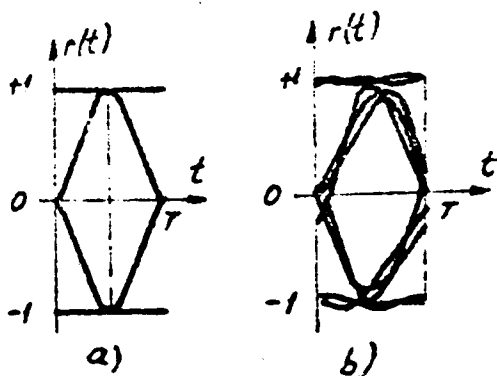


Fig.4.13.

Imaginea obținută se numește "diagrama ochiului", având în vedere asemănarea ei cu un ochi. "Ochiul" unui sistem lipsit de perturbații este complet deschis (figura 4.13.a). Creșterea perturbațiilor are drept efect "închiderea ochiului", după cum se poate observa în figura 4.13.b.

În figura 4.14 se prezintă o diagramă a ochiului pentru un sistem cu $M=2$ niveluri. Evident există astfel de diagrame ochi multiple suprapuse pentru sistemele cu M niveluri (apar $M-1$ "ochi").

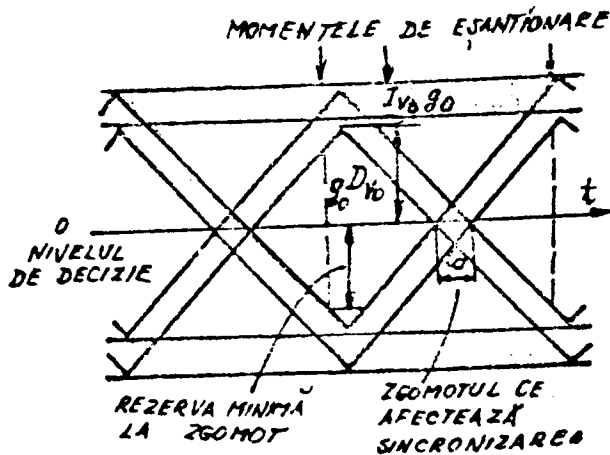


Fig.4.14.

$$D = \frac{1}{g_0} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N |g_{k-n}|. \quad (4.39)$$

Alegînd nivelurile de transmisiune $\pm d$, $\pm 3d$, ... nivelurile de decizie sînt 0 , $\pm 2d$, $\pm 4d$, Inchiderea de vîrf a ochiului este

$$I_{v_0} = (M-1) D. \quad (4.40)$$

După cum se vede din figura 4.14 (pentru $M=2$) momentele de eşantionare influenţează rezerva minimă (marginea) la perturbaţii de zgomot. Reglînd momentul de eşantionare corect, se poate obţine o margine de zgomot egală cu D_{v_0} .

Trecerea prin 0 a curbei este afectată de $\pm t_g/2$ (figura 4.14) şi deci momentele de eşantionare sînt influenţate de această eroare, dacă sincronizarea se face urmărind trecerile prin 0 .

4.4. Ameliorarea performanţelor sistemelor de transmisiuni

Probabilitatea de eroare caracterizează cel mai complet un sistem de transmitere a datelor numerice. Ea se determină dificil şi în consecinţă se vor prefera în practică criterii mai puţin complete dar mai uşor de aplicat.

Fie, în cele ce urmează, că filtrul $G_R(\omega)$, precum şi canalul $C(\omega)$ sînt impuse. Ne punem problema de a determina filtrul de recepţie $G_R(\omega)$ care să asigure minimizarea probabilităţii de eroare a sistemului. Considerăm că se transmit $2N+1$ simboluri, notate $-N$, $-(N-1)$..

Se pot defini, deschiderea de vîrf a ochiului, D_{v_0} , şi închiderea de vîrf a ochiului, I_{v_0} .

Pentru $M=2$, este clar că

$$D_{v_0} = 1 - I_{v_0}. \quad (4.38)$$

Notăm cu D distorsiunea de vîrf maximă a eşantionului recepţionat; conform relaţiei (4.13) aceasta este (în lipsa zgomotului)

..., -1, 0, 0, ... N. Probabilitatea de eroare la detectarea simbolului $k=0$ este, conform relației (4.14)

$$P_e = P \left\{ \left| \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N a_n g_{-n} + Z_0 \right| > d \cdot g_0 \right\}, \quad (4.41)$$

unde zgomotul $Z(t)$ are densitatea spectrală de putere $N(\omega)$. Dacă semnalul util aplicat filtrului de recepție este nul, puterea zgomotului la ieșire este

$$P_Z = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G_R(\omega)|^2 N(\omega) d\omega. \quad (4.42)$$

Se consideră zgomotul alb, gaussian, $N(\omega)=1$ și rezultă puterea zgomotului la ieșire ca fiind

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G_R(\omega)|^2 d\omega. \quad (4.43)$$

Semnalul de ieșire al filtrului de recepție este, la $t_0=0$,

$$r_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_R(\omega) S(\omega) d\omega. \quad (4.44)$$

Pentru minimizarea raportului $|r_0|^2/\sigma^2$ se aplică inegalitatea lui Schwartz și rezultă

$$G_R(\omega) = S^*(\omega) \quad (4.45)$$

ceea ce de altminteri era știut; raportul semnal/zgomot maxim se obține pentru filtrul de recepție adaptat la forma semnalului. Considerînd $C(\omega)=1$, $S(\omega)=G_E(\omega)$ și deci, înlocuind în relația (4.45), se obține

$$|G_R(\omega)| = |G_E(\omega)| = \sqrt{|G(\omega)|}. \quad (4.46)$$

Fazele filtrelor sînt arbitrare, dar este necesar ca suma lor să fie nulă. În cazul unei caracteristici de tip cosinus pătrat, omițînd factorii de proporționalitate, optimizarea raportului semnal/zgomot la recepție se obține dacă - vezi relația (4.27)

$$|G_R(\omega)| = |G_E(\omega)| = \cos \frac{\pi\omega}{4\Omega} \quad |\omega| \leq 2\Omega. \quad (4.47)$$

Si în situația în care este prezentă interferența între simboluri, probabilitatea de eroare scade cu micșorarea puterii zgomotului de la ieșirea filtrului de recepție. Esantioanele g_n sînt date de relația (4.23), considerînd $G(\omega)$ pentru canalul echi-

valent Nyquist.

În loc de a minimiza suma dintre barele de valoare absolută se minimizează suma ce înlocuiește Z_0 cu σ . Se demonstrează [41] că optimul în ceea ce privește raportul semnal/zgomot la ieșire, deci probabilitatea minimă de eroare, se obține pentru un filtru de recepție

$$G_R(\omega) = [G_E(\omega) C(\omega)]^* \cdot \sum_{n=-N}^N C_n e^{-jn\omega T} \quad (4.48)$$

Prin urmare, filtrul optim pentru recepție se compune dintr-un filtru adaptat la forma semnalului recepționat și un filtru transversal (figura 4.15)

$$T(\omega) = \sum_{n=-N}^N C_n e^{-jn\omega T} \quad (4.49)$$

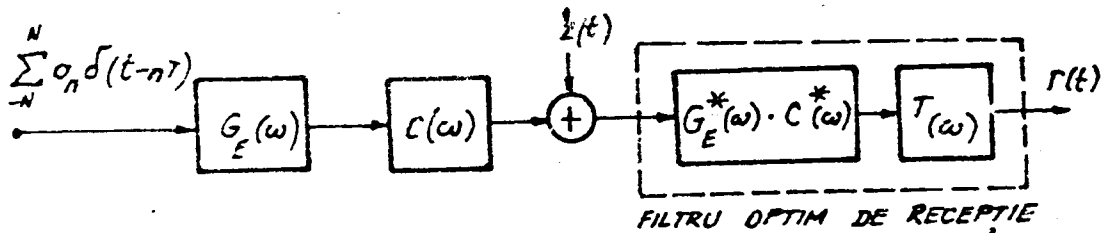


Fig.4.15.

Pentru determinarea filtrului transversal trebuie cunoscuți în principiu $2N+1$ coeficienți. Cum semnalul trecut prin celelalte filtre, cu caracteristica globală $|G_E(\omega) C(\omega)|^2$, este sigur simetric, rămân doar $N+1$ coeficienți. Dacă nu interesează valoarea amplificării (C_0) rămân de determinat doar N coeficienți, C_1, C_2, \dots, C_N ($C_k = C_{-k}$).

Egalizarea cu filtre transversale

Schema unui filtru transversal a fost deja prezentată în figura 4.8. Notînd pentru cazul de față cîștigurile cu C , funcția pondere a filtrului transversal este

$$e(t) = \sum_{n=-N}^N C_n \delta(t-nT), \quad (4.50)$$

ceea ce corespunde unei caracteristici de frecvență de forma (4.49).

Caracteristica de frecvență a întregului lanț de filtrare, incluzînd filtrul transversal, este

$$H(\omega) = G(\omega) \cdot F(\omega) \quad (4.51)$$

iar funcția sa pondere rezultă din

$$h(t) = g(t) * e(t) = \sum_{n=-N}^N C_n g(t-nT). \quad (4.52)$$

Răspunsul întregului lanț de filtrare se eșantionează. Numai eșantionul prelevat la t_0 din impulsul de la ieșire este nenul ($=1$). Se scrie

$$h(t_0 + kT) = \sum_{n=-N}^N C_n g[t_0 + (k-n)T] = \sum_{n=-N}^N C_n \delta_{k-n} \quad \begin{matrix} \text{doric} \\ \rightarrow \text{Zero Forcing} \end{matrix} \quad (4.53)$$

sau

$$\begin{aligned} h_0 &= C_{-N} \delta_N + C_{-(N-1)} \delta_{N-1} + \dots + C_0 \delta_0 + \dots + C_{N-1} \delta_{-(N-1)} + C_N \delta_{-N} = 1 \\ h_1 &= C_{-N} \delta_{1+N} + C_{-(N-1)} \delta_N + \dots + C_0 \delta_1 + \dots + C_{N-1} \delta_{-(N-2)} + C_N \delta_{-(N-1)} = 0 \\ &\vdots \\ h_N &= C_{-N} \delta_{2N} + C_{-(N-1)} \delta_{2N-1} + \dots + C_0 \delta_N + \dots + C_{N-1} \delta_{-1} + C_N \delta_0 = 0 \\ h_{-1} &= C_{-N} \delta_{N-1} + C_{-(N-1)} \delta_{N-2} + \dots + C_0 \delta_{-1} + \dots + C_{N-1} \delta_{-N} + C_N \delta_{-(N+1)} = 0 \\ &\vdots \\ h_{-N} &= C_{-N} \delta_0 + C_{-(N-1)} \delta_{-1} + \dots + C_0 \delta_{-N} + \dots + C_{N-1} \delta_{-2N+1} + C_N \delta_{-2N} = 0. \end{aligned}$$

Matricial, sistemul celor $2N+1$ ecuații ce permit determinarea lui $C_{-N}, \dots, C_0, \dots, C_N$ se scrie sub forma

$$G C = I \quad (4.54)$$

unde G este o matrice $(2N+1) \times (2N+1)$ cu $G_{ij} = \delta_{i-j}$, $i, j \in \{-N, \dots, 0, \dots, N\}$, C este matricea coloană $1 \times (2N+1)$ cu elementele C_k iar I este tot o matrice coloană $1 \times (2N+1)$ cu numai un element nenul și egal cu 1, corespunzător lui n . Evident, se consideră practic numele $\delta_{N+1}, \delta_{N+2}, \dots, \delta_{2N}$ precum și $\delta_{-(N+1)}, \dots, \delta_{-2N}$.

Reglajul se poate face manual sau automat. Dacă nu este necesar un câștig, se poate lua $C_0 = 1$. Pentru reglajul manual se emit impulsuri de test ce se observă la osciloscop fie direct, fie se vizualizează diagrama ochiului. Reglajul este iterativ dar convergența este sigură.

Egalizoarele automate rezolvă sistemul (4.54) în mod iterativ. Ele pot fi prereglate și se ajustează din timp în timp prin aplicarea unor secvențe speciale de test ce relevă proprietățile canalului. Ajustarea egalizorului are loc înaintea transmisiunii și/sau în pauzele acesteia. Egalizoarele adaptive nu necesită som-

nale speciale de test, ele utilizând pentru reglaj chiar semnalul util transmis.

În privința modului în care se rezolvă sistemul (4.54) de către egalizoarele automate, se găsesc informații în [45] și [59]. Câștigurile pot fi, spre exemplu, variate cu un pas Δ , funcție de semnal erorii.

Fie C_j^{k-1} coeficientul C_j obținut după iterația $k-1$. Se determină

$$\varepsilon^{k-1} = G C^{k-1} - 1 \quad (4.55)$$

unde ε este o matrice coloană $1 \times (2N+1)$ cuprinzând cele $2N+1$ erori. Atât timp cât eroarea ε_j^{k-1} depășește o valoare reziduală admisă, se calculează noua matrice C , având elementele

$$C_j^k = C_j^{k-1} - \Delta \cdot \text{sgn}(\varepsilon_j^{k-1}). \quad (4.56)$$

În cazul unor sisteme de transmisiuni cu 8 sau 16 niveluri de semnalizare, prezența egalizoarelor este obligatorie. Deoarece există riscul pierderii legăturii - deși pentru intervale de timp scurte - egalizoarele adaptive pot da erori inițiale mari la reluarea legăturii. Se recomandă de aceea prereglerarea acestora, astfel ca probabilitatea de eroare să scadă sub 0,1.

4.5. Performanțele sistemelor de transmisiuni de date funcționând în banda de bază

După cum s-a mai afirmat, probabilitatea de producere a erorilor caracterizează cel mai bine performanțele unui sistem de transmisiune a datelor. Pe lângă aceasta, viteza de transmitere precum și eficiența utilizării canalului întregesc descrierea performanțelor sistemului. De cele mai multe ori viteza de transmitere se diminuează în favoarea creșterii siguranței în transmitere.

Probabilitatea de eroare pentru sisteme lucrând pe canale ideale se determină considerând o caracteristică de transfer globală $G(\omega)$ de tipul cosinus ridicat, dată prin relația (4.25). Canalul fiind considerat ideal, $C(\omega)=1$, se poate funcționa cu filtre la emisie și recepție identice, cu caracteristicile satisfăcând relația (4.46). Dacă puterea medie pe simbol se notează cu $\langle a^2 \rangle$, puterea semnalului transmis prin filtrul emițătorului, $G_p(\omega)$ va fi

$$P_s = \frac{\langle a^2 \rangle}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\sqrt{G(\omega)}|^2 d\omega = \langle a^2 \rangle. \quad (4.57)$$

Presupunând că se semnalizează cu M niveluri (M par), $\pm d$, $\pm 3d$, ... $\pm(M-1)d$, puterea medie pe simbol, presupunând că acestea apar cu probabilitate egală, este

$$\langle a^2 \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=-M/2}^{M/2} d^2 (2i-1)^2 = \frac{d^2}{3} (M^2-1). \quad (4.58)$$

Dacă N_0 este densitatea spectrală de putere a zgomotului, conform relației (4.42), $\sigma^2 = N_0$ pentru zgomotul gaussian de la ieșirea filtrului de recepție.

Nivelurile de decizie de la recepție, considerând $g_0=1$ sînt $0, \pm d, \pm 2d, \dots, \pm(M-2)d$. Simbolurile extreme (de niveluri $(M-1)d$ și $-(M-1)d$) pot fi eronate într-un singur sens (ele pot fi prea mici dar nu și prea mari). Prin urmare, relația (4.41) se rescrie, considerînd suma D ce definește interferența între simboluri nulă, sub forma

$$P_e = (1 - \frac{1}{M}) P \{ |Z_0| > d \}. \quad (4.59)$$

Cum distribuția zgomotului - considerat cu media nulă - este

$$w(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}}$$

rezultă

$$P_e = (1 - \frac{1}{M}) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_d^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} dz. \quad (4.60)$$

Introducînd funcția

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad (4.61)$$

probabilitatea dată prin relația (4.60) devine

$$P_e = (1 - \frac{1}{M}) \operatorname{erfc} \left(\frac{d}{\sigma\sqrt{2}} \right). \quad (4.62)$$

Ținînd seama de relațiile (4.57) și (4.58) rezultă

$$d = \sqrt{\frac{3}{M^2-1}} \cdot P_S$$

și cu puterea zgomotului $P_z = \sigma^2$, probabilitatea de eroare ia forma finală

$$P_e = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{M}\right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3}{2(M^2-1)}} \cdot \sqrt{\frac{P_S}{P_z}} \right). \quad (4.63)$$

Pentru cazul semnalizării binare, $M=2$ și deci

$$P_e = \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{P_s}{2P_z}} \right). \quad (4.63')$$

În figura 4.16 se indică dependența probabilității de eroare de raportul semnal/zgomot de la ieșirea filtrului de recepție (înaintea eșantionării) pentru $M=2, 4, 8$ și 16 niveluri de semnalizare.

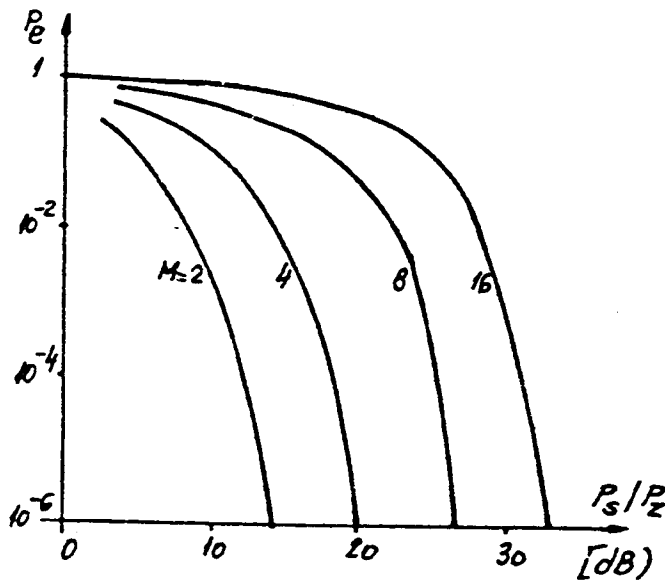


Fig.4.16.

Probabilitatea de eroare pentru sisteme lucrînd pe canale reale. Canalele reale determină apariția interferenței între simboluri. În diagrame ochiului apariția perturbațiilor între simboluri are drept efect închiderea ochiului.

Avînd în vedere expresia deschiderii de vîrf, D_{vo} , a ochiului probabilitatea de eroare maximă, conform traseului cel mai defavorabil se determină cu

$$\operatorname{Max} \{ P_e \} = P \{ Z > g_0 \cdot d \cdot D_{vo} \} = P \{ Z > g_0 \cdot d \cdot [1 - (M-1) D] \}$$

sau, ținînd seama de relația de definiție (4.61),

$$\operatorname{Max} \{ P_e \} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{g_0 \cdot d \cdot [1 - (L-1) D]}{2} \right\}. \quad (4.64)$$

O apreciere a probabilității de eroare se poate obține considerînd interferența intersimboluri un zgomot aditiv cu distribuție normală. Puterea zgomotului de interferență se poate calcula cu

$$P_{Z1} = \frac{d^2}{3} (M^2 - 1) \cdot \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N |\varepsilon_n|^2 = \frac{d^2 \varepsilon_0^2 (M^2 - 1)}{3} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0^2} \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N |\varepsilon_n|^2. \quad (4.65)$$

Se notează cu F^2 distorsiunea medie pătratică normală

$$F^2 = \frac{1}{\varepsilon_0^2} \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N |\varepsilon_n|^2 \quad (4.66)$$

și în consecință puterea zgomotului de interferență devine

$$P_{Z1} = \frac{d^2 \varepsilon_0^2 (M^2 - 1)}{3} F^2. \quad (4.67)$$

Cum zgomotul cu puterea σ^2 este practic necorelat cu zgomotul de interferență, puterea totală a zgomotului ce afectează simbolul din canal devine

$$P_Z = \frac{d^2 \varepsilon_0^2 (M^2 - 1)}{3} F^2 + \sigma^2. \quad (4.68)$$

Se obține în final probabilitatea de eroare

$$P_e = P \{ Z > \varepsilon_0 d \} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\varepsilon_0 d}{\sqrt{2} \sqrt{P_Z}} \right), \quad (4.69)$$

în care P_Z se înlocuiește cu rezultatul dat de relația (4.68).

Relația (4.69) dă o probabilitate relativ eronată deoarece aproximația gaussiană este cu atât mai puțin valabilă cu cât perturbațiile sînt mai mari. Ori perturbațiile mari au o contribuție hotărîtoare în apariția erorilor. Totuși relația este utilizată pentru orientarea proiectantului de sisteme de transmisiuni de date.

4.5 Performanțele sistemelor de transmisie de date funcționând în banda de bază

Se dău că rap. semnal/zgomot e maxim dacă se utilizează un filtru de recepție adaptat la forma semnalului (filtrare optimă). adică

$$|G_E(\omega)| = |G_R(\omega) = \sqrt{|G(\omega)|}$$

unde $G(\omega) = G_E(\omega) C(\omega) G_R(\omega)$, la canalul ideal $C(\omega) = 1$.

Acest lucru conduce la o prob. de eroare minimă posibil. Canalul fiind ideal nu \exists interferențe între simboluri, ci doar zgomot gaussian \Rightarrow .

$p_e = \text{prob. } \{ |z| > d \}$ unde $d = \text{nivelul de decizie}$

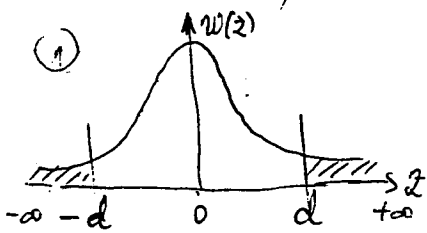
Dați pt că, la transm. multinevel, simbolurile extreme pot fi eronate într-un

îngurzeus \Rightarrow (1)

$$p_e = \left(1 - \frac{1}{M}\right) p \{ |z| > d \}, \quad M = \text{nr. de niveluri}$$

Considerăm de prob. a zgom. $w(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}}$

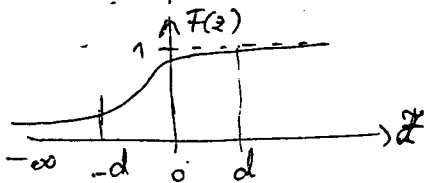
unde $\sigma^2 = \text{puterea medie a zgom. pe rez. de val. unitară}$



Funcția de repartiție

$$F_z(d) = \int_{-\infty}^d w(z) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^d e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} dz$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{d/\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} d\left(\frac{z}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$



$$\Rightarrow p(|z| > d) = \left(1 - \frac{1}{M}\right) \{ p(z > d) + p(z < -d) \}$$

$$= 1 - \frac{1}{M} \{ F_z(d) + F_z(-d) \} =$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{d/\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} d\left(\frac{z}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{-d/\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} d\left(\frac{z}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

(2) dar $\int_{-\infty}^{\infty} w(z) dz = 1$

$$\Rightarrow p(|z| > d) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-d/\sqrt{2}\sigma}^{d/\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} d\left(\frac{z}{\sqrt{2}\sigma}\right) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{d/\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} d\left(\frac{z}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

$$p(|z| > d) = 1 - \text{erf}\left(\frac{d}{\sqrt{2}\sigma}\right) = \text{erfc}\left(\frac{d}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad d, \sigma = ?$$

dar puterea semnalului la intrarea în canal ($\hat{a}^2 = \text{puterea medie pe simbol}$)

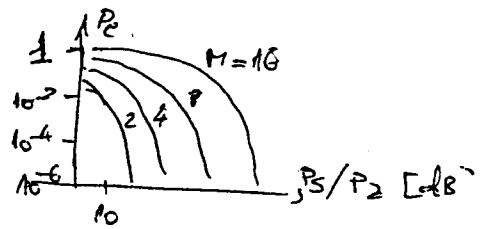
$$\frac{1}{M} \sum_{k=-M/2}^{M/2} (k-1)^2 = P_S = \hat{a}^2 = \frac{d^2(M^2-1)}{3} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{3P_S}{M^2-1}} \quad \hat{a}^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=-M/2}^{+M/2} d^2(i-1)^2 = \frac{d^2}{3} M$$

și puterea zgomotului la ieșirea din filtrul de recepție

$$P_Z = \sigma^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{P_Z}$$

$$\Rightarrow P_e = \left(1 - \frac{1}{M}\right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3}{2(M^2-1)}} \sqrt{\frac{P_S}{P_2}} \right)$$



Consid pe pt o transm. binară ($M=2$) \Rightarrow un anumit raport P_S/P_2
 Dacă $M=4$, pt a menține aceeași P_e (ca la $M=2$) - trebuie crescută
 puterea semnalului cu 5 dB

$M=8 \rightarrow P_S$ trebuie crescută cu 13 dB

În general, P_S trebuie crescută cu vite 6 dB/octavă

Dacă filtrul de recepție este plat, adică $|G_R(\omega)| = 1$, înțelegă caracteris-
 tică e distribuția filtrului de emisie $G_E(\omega) = G(\omega)$, și un exces de
 bandă $\alpha \neq 0$ ($\alpha \in [0, 1]$)

$$\Rightarrow P_S = \frac{d^2}{3} \left(1 - \frac{\alpha}{4}\right) = \frac{d^2(M^2-1)}{3} \left(1 - \frac{\alpha}{4}\right)$$

$$P_2 = \sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-(1+\alpha)\Omega}^{+(1+\alpha)\Omega} |G_E(\omega)|^2 N(\omega) d\omega = N(1+\alpha)$$

$$\Rightarrow P_e = \left(1 - \frac{1}{M}\right) \operatorname{erfc} \left(\frac{d}{\sqrt{2}\sigma} \right)$$

$$\text{dar } \frac{d}{\sigma} = \sqrt{\frac{3 P_S}{\left(1 - \frac{\alpha}{4}\right)(M^2-1) N(1+\alpha)}} = \sqrt{\frac{3}{(M^2-1)\left(1 - \frac{\alpha}{4}\right)(1+\alpha)}} \sqrt{\frac{P_S}{P_2}}$$

$$\text{deci } P_e = \left(1 - \frac{1}{M}\right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3}{(M^2-1)(1+\alpha)\left(1 - \frac{\alpha}{4}\right)}} \sqrt{\frac{P_S}{P_2}} \right)$$

$\Rightarrow P_e$ crește de $\left(1 - \frac{\alpha}{4}\right)(1+\alpha)$ ori. Pentru a menține aceeași
 prob de eroare ca în cazul distribuției egală a caracteristicii $G(\omega)$
 între filtrul de emisie și cel de recepție trebuie crescută puterea
 semnalului astfel

P_S cu 0,56 dB dacă $\alpha = 0,2$ ($\alpha = 0,2 \rightarrow$ telefonia mobilă)
 1,18 dB $\alpha = 0,5$
 1,75 dB $\alpha = 1$

MODEM IN BANDA DE BAZA

Deși pentru transmisiunile în banda de bază nu intervin operațiile de modulare sau demodulare a unui purtător, echipamentul folosit poartă denumirea de modem. Schema bloc simplificată a unui astfel de modem pentru transmisiuni binare este prezentată în fig. 4.13.

Terminalul de date este conectat la modem prin intermediul circuitelor de interfață, nefigurate în totalitate în schema prezentată. Datele ce trebuie transmise, reprezentate pe circuitul de interfață corespunzător în dublu curent, sînt aplicate unui codor care schimbă modul de reprezentare conform codului adoptat (spre exemplu cod bifazic, sau bifazic diferențial). Semnalul obținut din codor este transmis în linie printr-un amplificator și un transformator de cuplare la linie. Tactul de emisie, corespunzător datelor primite din terminal și avînd frecvența f_d , este

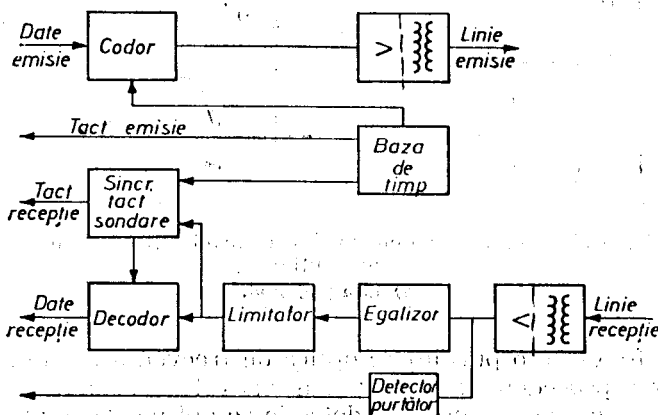


Fig. 4.14. Schema bloc convențională a unui modem pentru transmisiuni în banda de bază.

asigurat de modem sau de către terminal. Pentru realizarea codării, în cazul codurilor de reprezentare cu o viteză telegrafică de două ori mai mare decât viteza de transmitere a datelor, este necesar un tact de frecvență $2f_d$. În acest caz este de preferat ca tactul de emisie să fie asigurat de modem pentru a simplifica problema obținerii tactului de frecvență $2f_d$.

Partea de recepție a modemului este conectată la linie tot printr-un transformator. După ce este amplificat, semnalul recepționat este aplicat unui egalizor care are rolul de a reduce distorsiunile de atenuare și ale timpului de propagare de grup introduse de linie. După egalizor urmează un limitator pentru formarea dreptunghiulară a semnalului. Semnalul astfel obținut prezintă o distorsiune telegrafică ce poate fi eliminată printr-o operație de regenerare. Pentru regenerare este nevoie, în funcție de codul utilizat pentru reprezentare, de un tact de sondare cu frecvența f_d sau $2f_d$. După regenerare decodorul realizează trecerea de la codul utilizat pentru semnalul de linie la o reprezentare a datelor în simplu curent sau dublu curent. Datele astfel obținute sînt transmise către terminal împreună cu tactul de recepție corespunzător, de frecvență f_d . Tactul de sondare, necesar pentru regenerarea semnalului recepționat și pentru formarea tactului de recepție, se obține dintr-o bază de timp locală sincronizată prin intermediul tranzițiilor din semnalul format prin limitare.

Dacă modemul este destinat să funcționeze la o anumită viteză și pe un anumit tip de linie, a cărei bandă de frecvențe utilizabilă este cunoscută, se vor introduce și filtrele de emisie și de recepție pentru formarea semnalului, în vederea reducerii interferenței simbolurilor și pentru a limita (cel de recepție) spectrul de frecvențe al zgomotului recepționat din linie. De multe ori modemul este destinat a funcționa la diferite viteze pe

linii cu banda utilizabilă mai mare decât cea necesară. Cum în aceste cazuri, pe de o parte, este dificil a realiza filtrele, caracteristicile de amplitudine ale acestora depinzînd de viteza de transmisie, iar pe de altă parte interferența simbolurilor este mică, linia avînd o bandă de frecvențe utilizabilă suficient de mare, se poate renunța la filtrarea semnalului.