

ANULAREA ADAPTIVA A ZGOMOTULUI

Bucos Constantin Marian • Betej Bogdan Ilie • Cater Gheorghe

Universitatea "Politehnica" Timisoara
Facultatea de Electronica si Telecomunicatii
Departamentul Comunicatii

Ianuarie 2004

Bucos Constantin Marian 2, 3, 4, 5.2
Betej Bogdan Ilie 5.1
Cater Gheorghe 5.3

1. Cuprins

1. Cuprins.....	1
2. Introducere.....	2
3. Principiile anularii adaptive a zgomotului.....	3
4. Aplicatii practice ale anularii adaptive a zgomotului.....	5
4.1. Controlul adaptiv al zgomotului intr-un avion cu reactie.....	5
4.2. Controlul activ al zgomotului in conducte inguste.....	6
5. Algoritmi utilizati in anularia adaptiva a zgomotului.....	6
5.1. Algoritmul LMS.....	7
5.1.1. Presentarea algoritmului LMS.....	8
5.1.2. Considerente de stabilitate a algoritmului.....	10
5.2. Algoritmul SAD.....	11
5.3. Anularia zgomotului folosind analiza Kepstrum.....	14
6. Bibliografie.....	27

2. Introducere

In anul 1965 John Kelly si Ben Logan de la laboratoarele Bell Telephone au avut ideea de a utiliza un filtru adaptiv transversal pentru anulara ecoului, cu folosirea semnalului util in realizarea adaptarii.

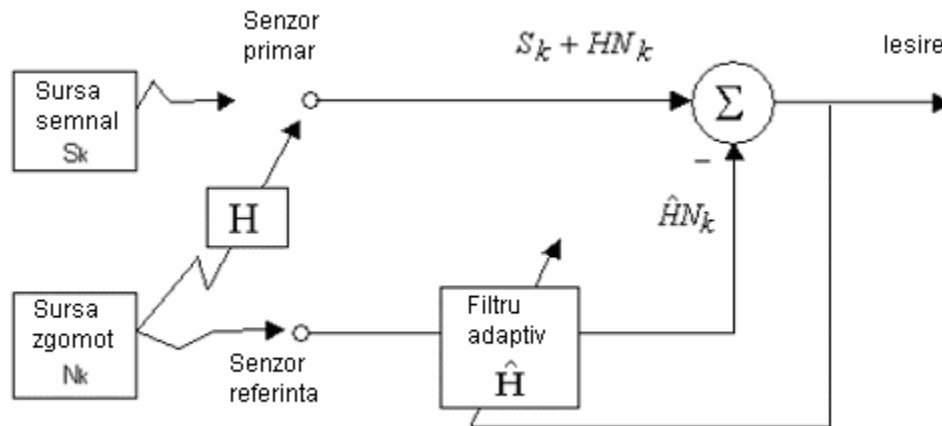
In acelasi an, Bernard Widrow impreuna cu echipa sa de la Universitatea Stanford au realizat un filtru adaptiv pentru imbunatatirea semnalelor afectate de zgomote. Prima versiune a acestui filtru a fost construita pentru a anula interferentele de 60Hz de la iesirea unui electrocardiograf.

Metodele de anulare adaptiva a zgomotului sunt utilizate pentru eliminarea componentelor zgomotoase. De exemplu, in interiorul unui automobil conversatia este afectata de zgomotul de fond.

O cale de rezolvare a acestei probleme (obtinerea unui semnal dorit mai bun) este utilizarea unui filtru simplu de anulare a zgomotului.

Oricum, o astfel de abordare ce presupune extragerea semnalului zgomotos (de la senzorul de referinta) direct din semnalul de la senzorul primar este menita sa nu aibe sorti de izbanda, deoarece semnalul zgomotos de la senzorul referinta nu este exact acelasi cu cel intarziat si / sau filtrat de la senzorul primar. Din contra aceasta abordare poate chiar conduce, in unele cazuri, la o crestere a puterii zgomotului la iesire.

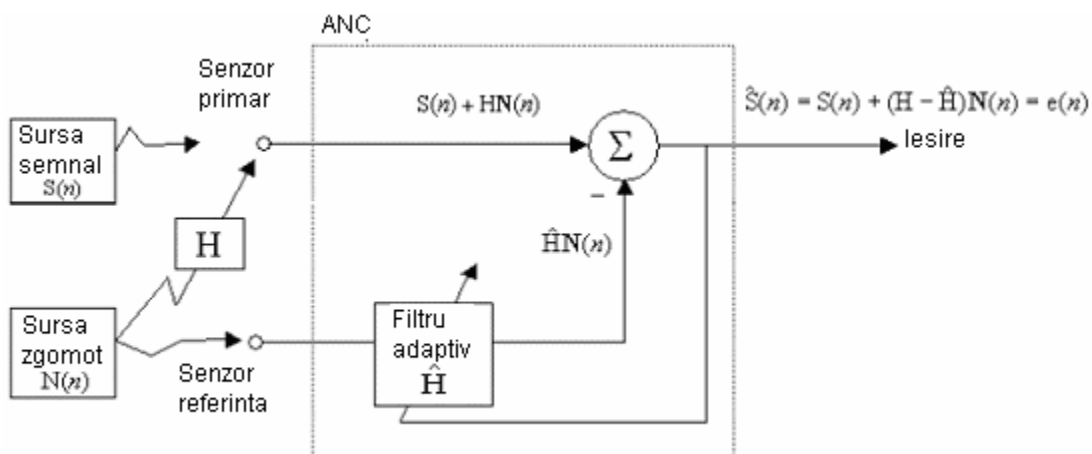
In cazul in care sunt efectuate previziuni adecvate si operatia de anulare a zgomotului este controlata de un proces adaptiv performantele obtinute pot fi mult mai bune decat in cazul anterior. In figura urmatoare consideram cazul utilizarii unui filtru adaptiv.



Daca caracteristica de estimare a canalului necunoscut prezinta diferente neglijabile fata de caracteristica curenta, se pot anula cu succes componentele zgomotoase din semnalul alterat pentru a obtine semnalul dorit.

3. Principiile anularii adaptive a zgomotului

Precum reiese si din denumire, principiul anularii adaptive a zgomotului presupune obtinerea unei estimari a semnalului zgomotos si eliminarea acestuia din semnalul perturbat. In general, un sistem de anulare adaptiva a zgomotului reprezinta un sistem cu doua intrari, precum cel din figura:



Dupa cum se poate observa si din figura, senzorul primar inregistreaza semnalul provenit de la sursa de semnal (semnalul util) si o varianta intarziata si / sau filtrata a semnalului zgomotos, produs de sursa de zgomot.

Semnal inregistrat la senzorul primar este $S(n) + H N(n)$

Fie $V(n)=HN(n)$ semnalul zgomotos inregistrat la senzorul primar; presupunem ca semnalul dorit si semnalul zgomotos sunt necorelate:

$$E[S(n) V(n-m)] = 0 , \text{ pentru oricare ar fi } m.$$

Semnalul zgomotos $N(n)$ inregistrat la senzorul referinta este necorelat cu semnalul $S(n)$

$$E[S(n) N(n-m)] = 0 , \text{ pentru oricare ar fi } m,$$

dar este corelat cu versiunea intarziata si/sau filtrata a semnalului zgomotos , $V(n)$ sau $HN(n)$, inregistrata de senzorul primar:

$$E[V(n) N(n-m)] = p(m) , \text{ pentru oricare ar fi } m,$$

unde $p(m)$ reprezinta cross-corelatia pentru intarzierea m .

Filtrul adaptiv prelucreaza semnalul zgomotos, si la iesirea acestuia rezulta $\hat{H}N(n)$, unde \hat{H} reprezinta estimarea vectorului h . Iesirea filtrului este scazuta din iesirea senzorului primar pentru a obtine estimarea semnalului dorit.

$$\hat{S}(n) = S(n)+HN(n)-\hat{H}N(n) = S(n) + (H-\hat{H})N(n) = e(n)$$

Iesirea estimata este utilizata ca si semnal eroare pentru ajustarea filtrului adaptiv.

Din ultima ecuatie se observa ca avem o componenta esentiala a zgomotului, $(H-\hat{H})N(n)$. Acest termen poate fi minimizat daca $H \sim \hat{H}$, ceea ce conduce la maximizarea raportului semnal / zgomot al sistemului.

Conform [1] performantele acestui sistem de anulare adaptiva a zgomotului depind de urmatoorii factori:

- Semnalul util si semnalul zgomotos de la iesirea senzorului primar sunt necorelate.
- Semnalul zgomotos inregistrat la senzorul referinta este corelat cu semnalul zgomotos inregistrat la iesirea senzorului primar.

- Semnalul dorit inregistrat la senzorul primar nu este prezent la senzorul de referinta.

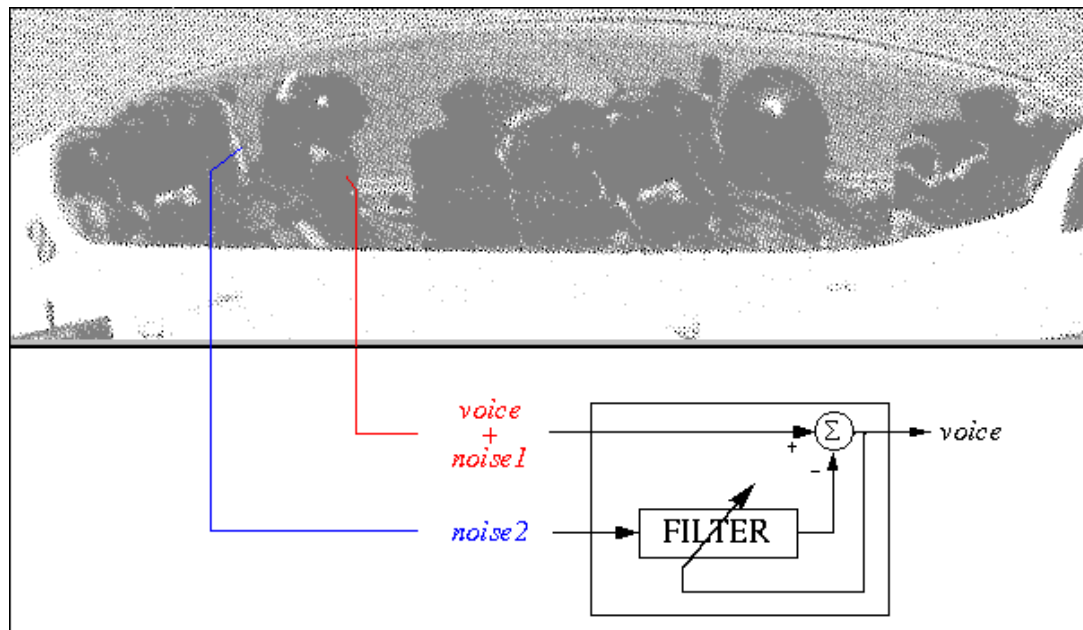
4. Aplicatii practice ale anularii adaptive a zgomotului

4.1. Controlul adaptiv al zgomotului intr-un avion cu reactie

Motorul unui avion cu reactie poate produce un zgomot al carui nivel depaseste 140 dB. Avand in vedere ca nivelul vorbirii se situeaza la 30-40 dB, comunicatiile intre piloti se pot desfasura foarte greu. [2]

Aparent, natura adaptiva a operatiei de anulare a zgomotului satisface conditiile acestei situatii (nivelul semnalului zgomotos produs de motorul reactorului variaza in functie de conditiile de zbor).

Un exemplu simplu de anulare a zgomotului intr-un avion cu reactie este ilustrat in figura de mai jos.



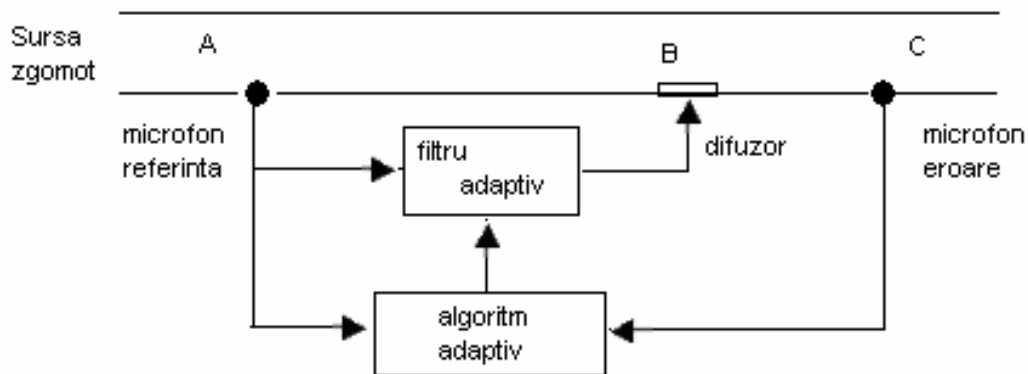
Sistemul necesita o intrare principala la care este receptionat semnalul vocal ce este afectat de zgomot, si o intrare auxiliara (de referinta) la care se receptioneaza doar un

zgomot. [3] După eliminarea componentelor zgomotoase semnalul vocal rămâne la un nivel acceptabil.

Implementarea unui astfel de sistem necesită senzori de referință multipli, precum și estimarea canalelor variabile în timp.

4.2. Controlul activ al zgomotului în conducte înguste

Anularea adaptivă a zgomotelor poate fi utilizată în controlul zgomotelor în conductele înguste, precum țevile de evacuare și sistemele de ventilație.



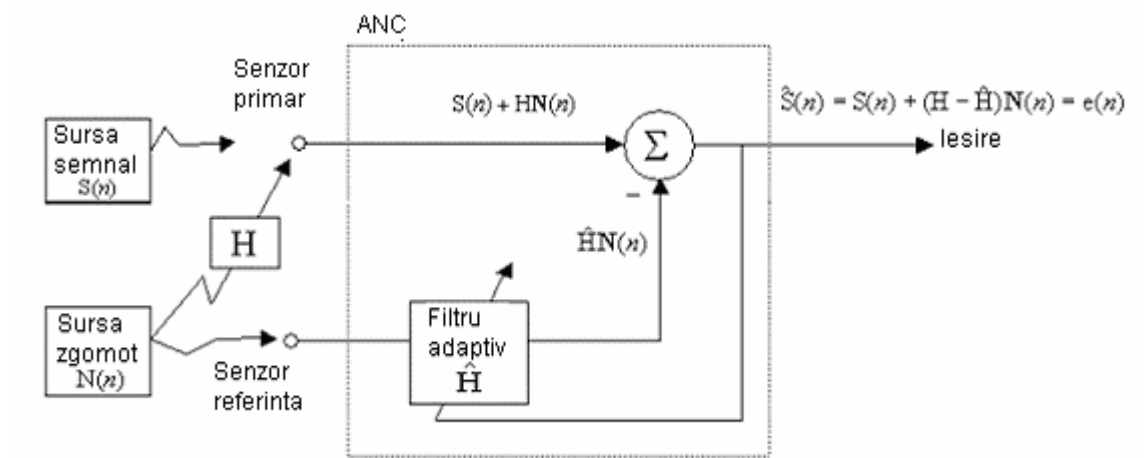
Semnalul acustic zgomotos ce străbate conducta este înregistrat de un microfon (referință) aflat în poziția A. Filtrul adaptiv procesează acest semnal zgomotos / semnal referință, astfel încât ieșirea filtrului (după conversia la undă acustică ce se realizează prin intermediul difuzorului) este egală cu opusul valorii semnalului zgomotos din conducta în punctul B. Ieșirea filtrului adaptiv este o estimare a versiunii filtrate și / sau întârziate a semnalului zgomotos în punctul B. Ca urmare a acestui fapt semnalul zgomotos este anulat.

Anularea adaptivă a zgomotului este obținută în acest caz prin introducerea unei unde antizgomot cu ajutorul unei surse / difuzor. [4]

Un microfon pentru determinarea erorii este prezent puțin mai târziu, în punctul C, pentru a înregistra orice zgomot rezidual și pentru a-l folosi ca și semnal eroare în filtrul adaptiv. Semnalul de eroare se referă la orice alte componente nedorite care rămân

dupa operatia de anulare a zgomotului din punctual B. Acest semnal de eroare este utilizat in ajustarea filtrului adaptiv.

Conform [1] sistemul prezentat mai sus poate fi aproximat printr-un sistem adaptiv de anulare a zgomotului, precum cel din figura urmatoare:



5. Algoritmi utilizati in anulara adaptiva a zgomotului

5.1. Algoritmul LMS

Propus in 1960 de către Widrow algoritmul LMS (Least Mean Squares) sau al gradientului stochastic este unul de referință în teoria filtrării adaptive, toți ceilalți algoritmi fiind raportați ca și performanțe la el. Avantajele sale constau în simplitate, rezultate bune, volum mic de calcule putând fi implementat în timp real.

Considerăm sistemul adaptiv din figură:

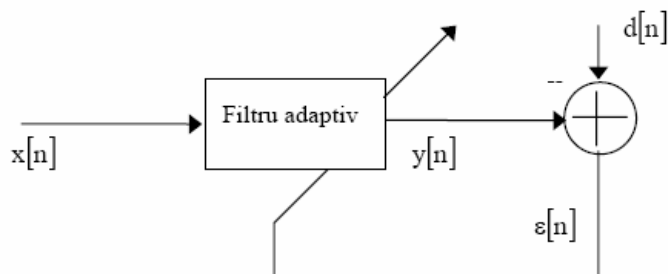


Figura 1. Schema bloc a unui filtru adaptiv.

Filtrul adaptiv va prelucra semnalul de intrare $x[n]$ pentru a aduce semnalul de ieșire $y[n]$ la o formă cât mai apropiată de semnalul de referință $d[n]$. Vom aprecia deosebirea dintre semnalele $d[n]$ și $y[n]$ pe baza erorii medii pătratice $E\{\varepsilon^2[n]\}$, unde E este operatorul de mediere statistică. În scopul minimizării acestei erori vom modifica valorile coeficienților filtrului.

Algoritmul LMS este un algoritm adaptiv liniar de filtrare în cadrul căruia gradientul stochastic este folosit pentru modificarea adaptivă a coeficienților unui filtru de tip FIR, cu scopul scăderii erorii de estimare [7].

5.1.1. Prezentarea algoritmului LMS

Putem considera filtrul adaptiv din figura 1 în forma prezentată în figura 2. Definim vectorul intrărilor $x[n]$ și vectorul coeficienților filtrului $w[n]$, unde n este referința temporară:

$$x[n] = \begin{bmatrix} x_1[n] \\ x_2[n] \\ \vdots \\ x_M[n] \end{bmatrix} \quad (1) \quad w[n] = \begin{bmatrix} w_1[n] \\ w_2[n] \\ \vdots \\ w_M[n] \end{bmatrix} \quad (2)$$

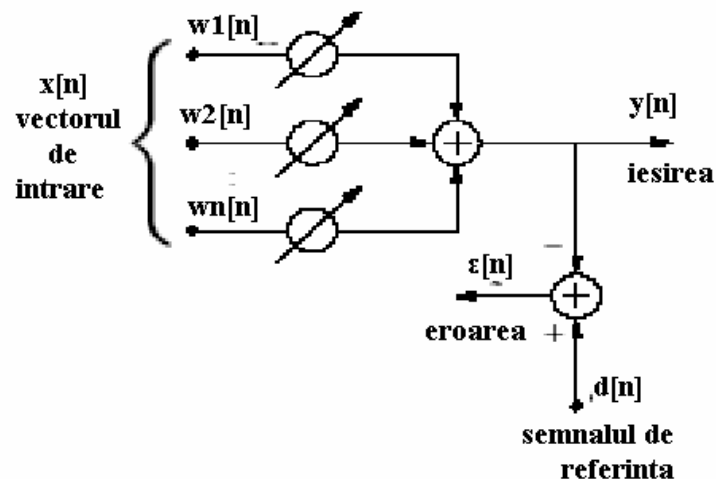


Fig2. Combinator liniar adaptiv

Semnalul de ieșire este[1]:

$$y[n] = x[n]^T w[n] = w[n]^T x[n] \quad (3)$$

Semnalul de eroare este dat de diferența între semnalul dorit și semnalul de la ieșirea filtrului.

Este utilă definirea matricei de autocorelație a intrării $R = E\{x[n]x[n]^T\}$ și a vectorului de intercorelație între semnalul de intrare și semnalul de referință $p = E\{d[n]x[n]\}$.

Fiind dat un set de coeficienți ai filtrului FIR, considerând x și d semnale staționare eroarea medie pătratică este:

$$\xi = E\{\varepsilon^2[n]\} = E\{d^2[n]\} - 2p^T w + w^T R w \quad (4)$$

Considerând spre exemplificare un ca vectorul w are 2 componente, suprafața erorii medii pătratice este cea din figura următoare:

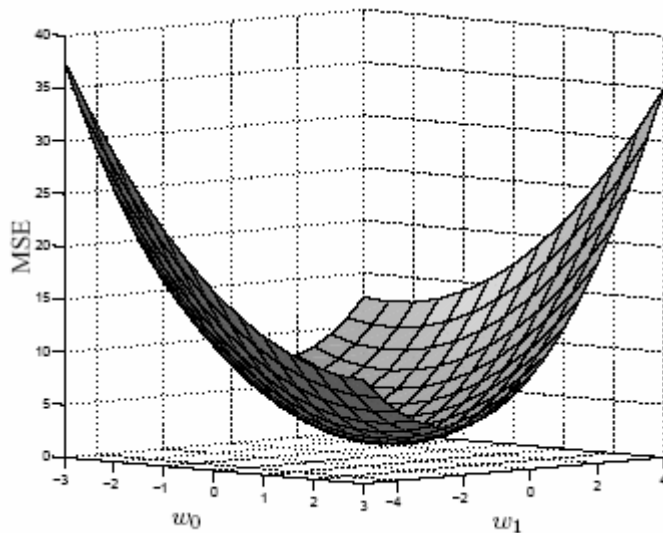


Fig. 3 Suprafața erorii medii pătratice

Dacă considerăm cazul general cu n componente ale vectorului coeficienților am obține o figură cunoscută în literatura de specialitate drept un hiperparaboloid. Gradientul acestei suprafețe este obținut prin derivarea ecuației (4) în raport cu w .

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial w_1} \\ \frac{\partial \xi}{\partial w_2} \\ \dots \\ \frac{\partial \xi}{\partial w_n} \end{bmatrix} = -2p + 2Rw \quad (5)$$

Presupunând ca R nu este o matrice singulară soluția optimală este obținută prin egalarea gradientului cu 0:

$$w^* = R^{-1}p \quad (6)$$

Un astfel de vector al coeficienților este cea mai buna soluție poarta numele de soluție Wiener.

Deși de mare interes teoretic soluția Wiener nu poate fi aplicată deoarece R și p sunt dificil de determinat. Cunoscând însă vectorul de intrare se poate realiza o ajustare iterativa a coeficienților filtrului, metodă cunoscută drept algoritmul Widrow – Hoff LMS.

Algoritmul LMS se bazează pe metoda SD (steepest descent) – a pantei descendente maxime, metoda care folosește valorile instantanee ale gradientului.

Panta descendentă maximă este dată de [6]:

$$w[n+1] = w[n] + \mu(-\nabla[n]) \quad (7)$$

Valoarea următoare a coeficientului este egală cu valoarea curenta ajustată cu o cantitate proporțională cu gradientul. “Constanta de proporționalitate este μ , și este un parametru de proiectare care controlează stabilitatea și convergența algoritmului” [6]. μ este de fapt pasul algoritmului.

$$\varepsilon[n] = d[n] - y[n] \quad (8)$$

Din ecuațiile (7) și (8) se obține algoritmul LMS care este descris de:

$$\begin{cases} w[n+1] = w[n] + 2\mu\varepsilon[n]x[n] \\ \varepsilon[n] = d[n] - x^T[n]w[n] \end{cases} \quad (9)$$

Valoarea instantanee a gradientului pentru fiecare iterație este dată de $-2\varepsilon[n]x[n]$.

5.1.2. Considerente de stabilitate a algoritmului

Valoarea pasului trebuie aleasă cu mare atenție pentru convergența algoritmului.

S-a demonstrat că μ trebuie să fie între 0 și $\frac{1}{\lambda_{\max}}$ pentru a sigura convergența,

unde λ_{\max} este cea mai mare valoare proprie a matricei de autocorelație R [9]. Valori mai mari vor conduce la instabilitate și nu va mai avea loc convergența.

Dacă este respectată poziționarea pasului în intervalul menționat atunci semnalul de eroare va descrește pe măsura atingerii convergenței urmând o serie de curbe exponențiale, fiecare cu constanta de timp $\tau_n = 1/(4\mu\lambda_n)$ [9], unde λ_n este a "n" valoare proprie a lui R.

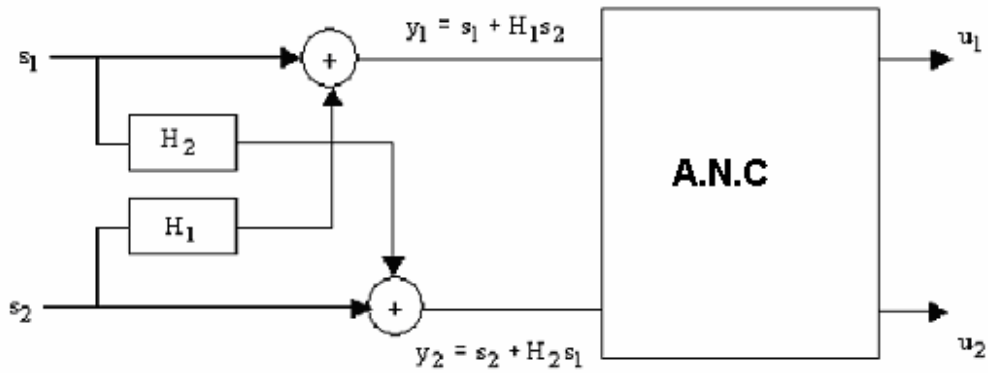
5.2. Algoritmul SAD

Performanța operației de îmbunătățire a semnalelor bazată pe filtre adaptive este în strânsă legătură cu semnalul înregistrat la senzorul de referință. În cazul unui sistem clasic de anulare a zgomotului scurgerea semnalului înspre senzorul referință conduce la distorsiuni ale semnalului sau o anulare a zgomotului de slabă calitate. În multe aplicații scurgerea semnalului este inevitabilă, deci trebuie furnizată o soluție.

Soluția furnizată de către algoritmul SAD derivă din interpretarea ANC ca un decorelator. Sistemul implementat pe baza acestui algoritm devine un separator de semnal, nu un simplu sistem de anulare a zgomotului. [10]

Algoritmul SAD - implementarea cu reacție înainte

În conformitate cu [1] avem $s_1(n)$ și $s_2(n)$ necorelate și sistemul din figura:



Intrările sistemului adaptiv de anulare a zgomotului pot fi exprimate astfel:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & H_1 \\ H_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} \quad (*)$$

Dacă facem notația

$$A = \begin{bmatrix} 1 & H_1 \\ H_2 & 1 \end{bmatrix}$$

, atunci avem

$$A^{-1} = \frac{1}{1 - H_1 H_2} \begin{bmatrix} 1 & -H_1 \\ -H_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (**)$$

Utilizând relațiile (*) și (**) rezultă:

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - H_1 H_2} \begin{bmatrix} 1 & -H_1 \\ -H_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} ,$$

$$s_1 = \frac{1}{1 - H_1 H_2} (y_1 - H_1 y_2) \quad (1')$$

$$s_2 = \frac{1}{1 - H_1 H_2} (y_2 - H_2 y_1) \quad (1'')$$

Putem utiliza ultimele două relații pentru a realiza blocul ANC astfel încât :

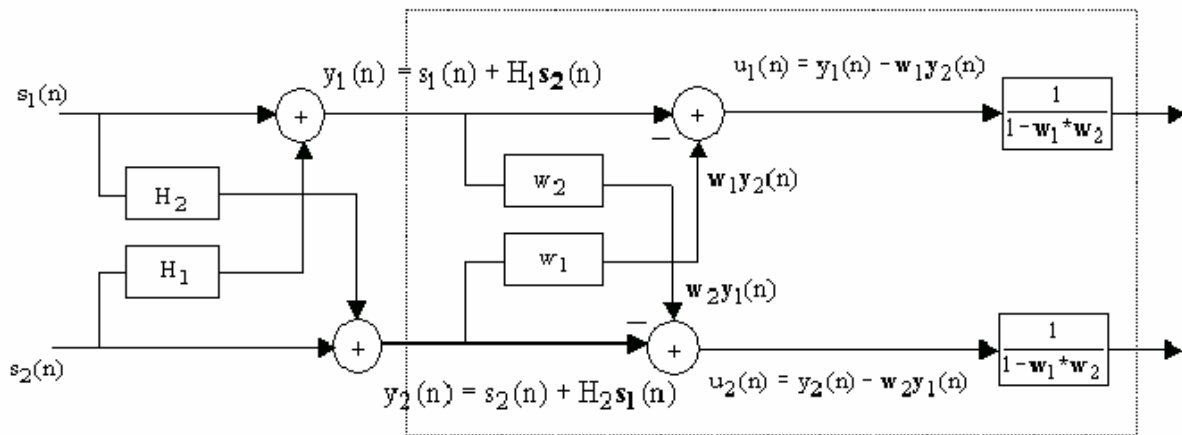
$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} .$$

Considerand doua canale necunoscute H1 si H2, putem folosi doua filtre adaptive w1 si w2 pentru a estima aceste canale necunoscute.

$$u_1 = \frac{1}{1 - w_1 w_2} (y_1 - w_1 y_2) \quad (2') \quad u_2 = \frac{1}{1 - w_1 w_2} (y_2 - w_2 y_1) \quad (2'')$$

Comparand relatiile (1'), (2'), (1'') si (2'') este clar ca solutia optima apare in cazul in care w1=H1 si w2=H2.

Configuratia prezentata de catre [1] este valabila in cazul implementarii cu reactie inainte a algoritmului SAD.

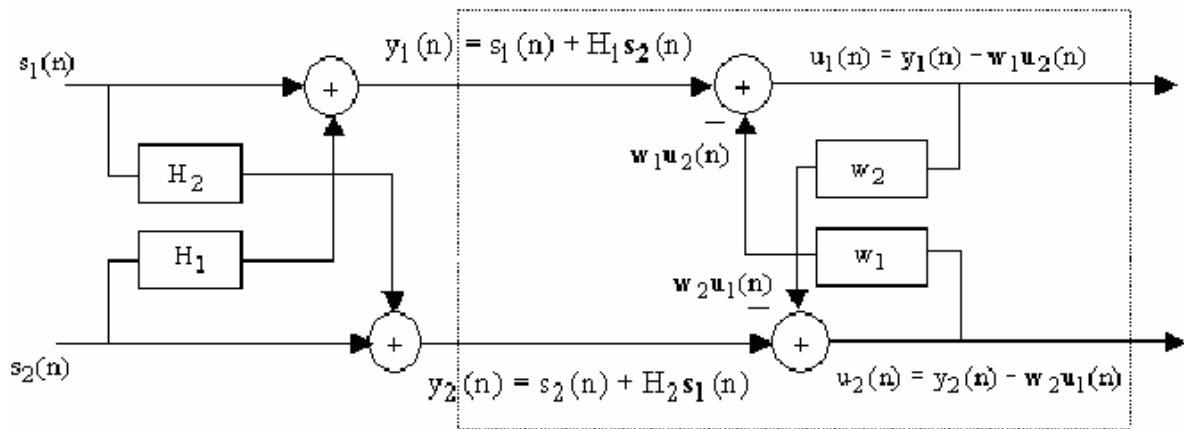


Estimarea erorii este data pentru w2 de semnalul estimat u2(n). Adaptarea modifica vectorul w2 pentru decorelarea zgomotului estimat u2(n) si a semnalului estimat u1(n), astfel incat

$$E[(u_2(n)u_1(n-m))] = 0 \text{ oricare ar fi } m.$$

Algoritmul SAD - implementarea cu reactie inversa

O alta implementare a algoritmului conform [1] poate fi realizata plasand cele doua filtre intr-o bucla cu reactie inversa.



$$u_1 = y_1 - w_1 u_2$$

$$u_2 = y_2 - w_2 u_1$$

$$u_1 = y_1 - w_1(y_2 - w_2 u_1)$$

$$u_1 = y_1 - w_1 y_2 + w_1 w_2 u_1$$

$$(1 - w_1 w_2) u_1 = y_1 - w_1 y_2$$

$$u_1 = \frac{1}{1 - w_1 w_2} (y_1 - w_1 y_2)$$

In acelasi mod se poate determina :

$$u_2 = y_2 - w_2 y_1 + w_1 w_2 u_2$$

$$(1 - w_1 w_2) u_2 = y_2 - w_2 y_1$$

$$u_2 = \frac{1}{1 - w_1 w_2} (y_2 - w_2 y_1)$$

Dupa cum se observa din figura in cazul implementarii algoritmului cu reactie inversa semnalele $s_1(n)$ si $s_2(n)$ sunt disponibile fara o postprelucrare.

In conformitate cu [1] implementarea cu reactie inversa conduce la performante mult mai bune. In general implementarea cu reactie inversa a algoritmului SAD este preferata.

5.3 Anularea zgomotului folosind analiza Kepstrum

Se prezintă o metodă pentru anularea staționară sau non-staționară a zgomotului de fundal.

Tehnica folosește două microfoane aflate la mică distanță și o sumă a funcției de transfer acustice între microfoane când vorbirea este absentă. Un detector al activității vocale (VAD) folosește o zonă de bază spațială în care semnalele sunt presupuse a fi semnalele dorite și în afara căreia toate semnalele sunt zgomote .

O măsură a diferenței timpului de sosire (TDOA) este folosită împreună cu o estimare a funcției de transfer bazată pe analiza Kepstrum.

Metodele de corelație reprezintă un mijloc deosebit de util de analiză a semnalelor, de prelucrare a lor în vederea recunoașterii semnalelor și de aflare a răspunsului unui sistem. Cu ajutorul corelației se poate stabili corespondența în modul de desfășurare în timp a două variabile, fără a se defini dependența între ele.

Autocorelarea este utilizată pentru a calcula **densitatea spectului de putere** . **Densitatea spectului de putere** este obținută cu transformarea Fourier a secvenței de autocorelație. Autocorelarea este o măsură de predicție a semnalului.

$$r_{yy}(m) = E[y(n+m)y(n)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N y(n+m)y(n)$$

Calculul funcției de autocorelație pentru N valori anterioare ale eșantioanelor secvenței de intrare

$$\hat{r}(m) = \frac{1}{N-|m|} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} y(n+|m|)y(n) \quad -(N-1) \leq m \leq N-1$$

Se definește formula pentru calculul numeric :

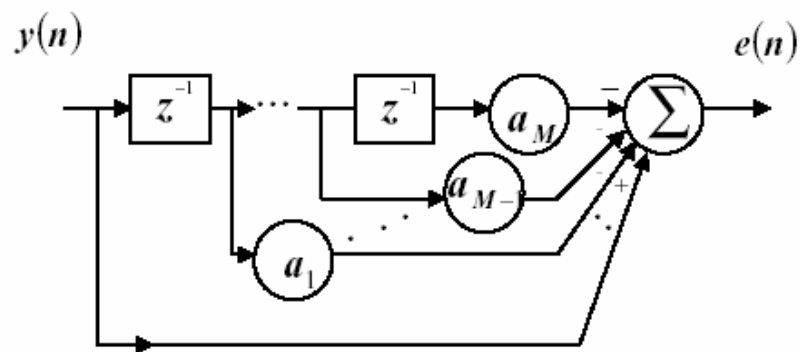
$$\hat{r}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} y(n+|m|)y(n) \quad -(N-1) \leq m \leq N-1$$

Spectrul densității de putere se calculează utilizând transformata FFT a autocorelației

$$P_{yy}(f) = \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} r_{yy}(m) e^{-j2\pi fT} \quad \xrightarrow{\text{numerical computation}} \quad |P_{yy}(k)| = \sum_{m=0}^{N-1} r_{yy}(m) e^{-j2\pi km/N}$$

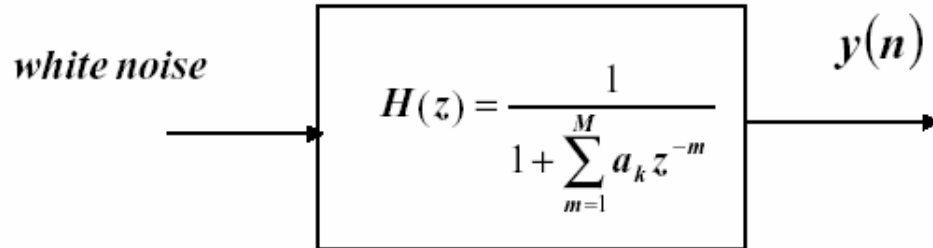
Filtrul digital FIR lucrează într-o predicție liniară. Predictorul liniar încearcă să decoreleze semnalul minimizând diferența dintre un eșantion actual și o combinație liniară din eșantioanele trecute. Eroarea de predicție liniară este dată de formula prezentată mai jos:

$$e(n) = y(n) - \sum_{m=1}^M a_m y(n-m)$$



Predicția parametrilor liniari poate să fie folosită pentru a reprezenta semnalul y , exprimat în serii autoregresive. Seriile autoregresive le putem utiliza ca o sursă de filtrare, semnalul de ieșire fiind vizualizat la ieșirea filtrului digital excitat cu zgomot alb.

$$y(n) = x(n) - \sum_{m=1}^M a_m y(n-m)$$



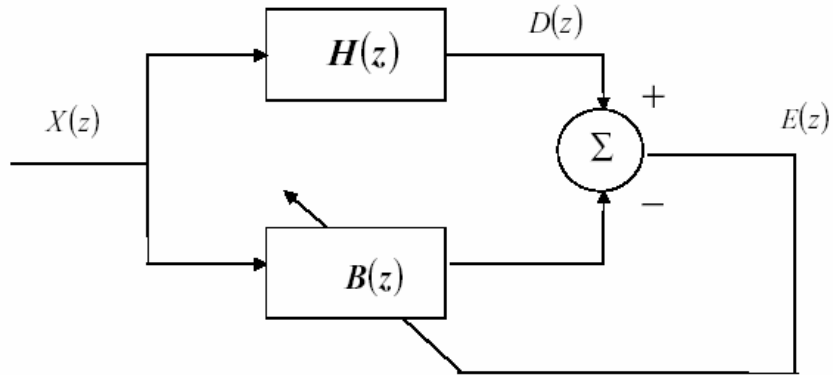
Predicția erorii liniare este minimizată rezolvând ecuația de matrici următoare:

$$\begin{bmatrix} r_{yy}(1) \\ r_{yy}(2) \\ r_{yy}(3) \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{yy}(m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{yy}(0) & r_{yy}(-1) & r_{yy}(-2) & \dots & r_{yy}(1-m) \\ r_{yy}(1) & r_{yy}(0) & r_{yy}(-1) & \dots & r_{yy}(2-m) \\ r_{yy}(2) & r_{yy}(1) & r_{yy}(0) & \dots & r_{yy}(3-m) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ r_{yy}(m-1) & r_{yy}(m-2) & r_{yy}(m-3) & \dots & r_{yy}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_m \end{bmatrix}$$

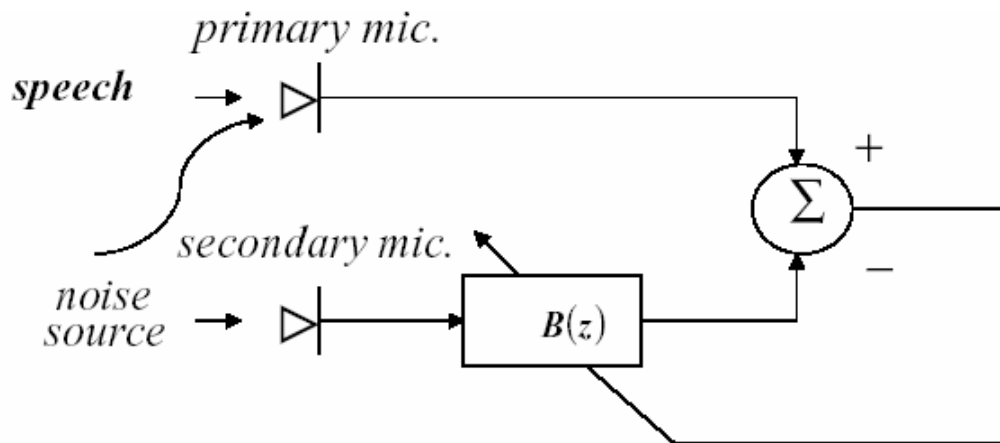
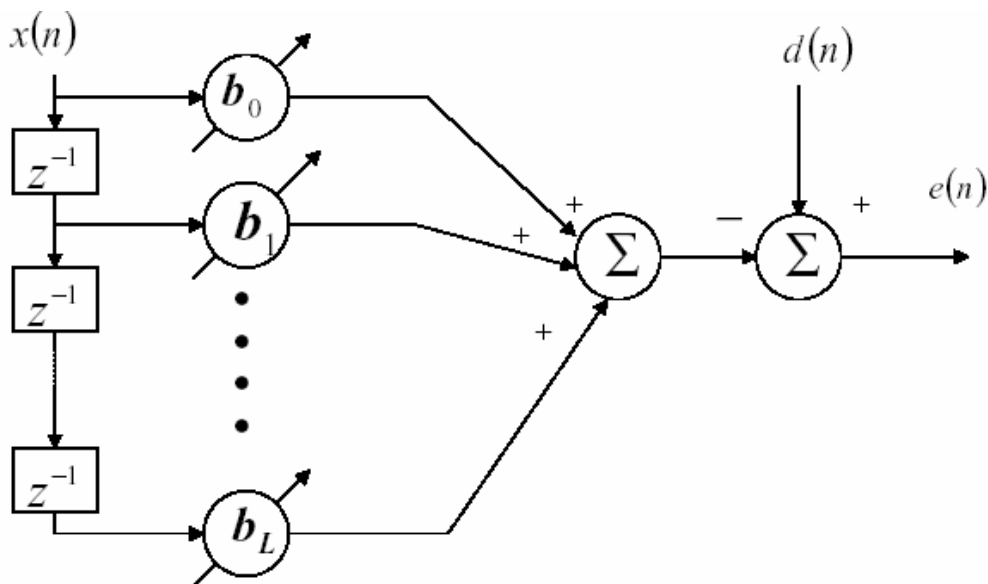
ecuațiile de mai sus pot fi rezolvate folosind algoritmul Levinson.

În identificarea sistemului ideea este să se estimeze sistemul necunoscut $H(z)$ adaptând filtrul $B(z)$ astfel ca eroarea rezultată să fie minimizată.

Filtrul adaptabil este folosit pentru a estima funcția de transfer acustică pentru calea acustică între microfonul principal și secundar.



Pentru identificarea sistemului prezentat anterior presupunem că filtrul adaptabil $B(z)$ este FIR. Acest filtru FIR îl vedem ca un combinator liniar care reglează coeficienții astfel ca eroarea să fie minimizată.



Se definește funcția Kepstrum

$$K(\xi) = \ln H(\xi)$$

Definim coeficienții Kepstrum

$$K(\xi) = k_0 + k_1 \xi + k_2 \xi^2 + \dots$$

Dacă cunoaștem coeficienții kepstrum putem estima funcția de transfer

$$H(\xi) = \exp K(\xi)$$

unde $\xi = e^{-j\theta}$ $0 < \theta < 2\pi$

$$\ln H(e^{-j\theta}) = K(e^{-j\theta}) = k_0 + k_1 e^{-j\theta} + k_2 e^{-2j\theta} + \dots$$

$$\ln H(e^{-j\theta}) = \ln |H(e^{-j\theta})| + j \angle H(e^{-j\theta})$$

unde \angle reprezintă faza

$$\ln |H(e^{-j\theta})| = k_0 + k_1 \cos \theta + k_2 \cos 2\theta + \dots$$

$$\angle H(e^{-j\theta}) = -(k_1 \sin \theta + k_2 \sin 2\theta + \dots)$$

calculăm coeficienții seriei Fourier

$$k_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln |H(e^{-j\theta})| d\theta$$

$$k_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \ln |H(e^{-j\theta})| \cos n\theta d\theta, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

faza este reconstituită logaritmând amplitudinea

Densitatea spectrală în timp discret este definită de funcția de autocorelație

Densitatea spectrală este definită astfel:

$S(\theta) = g(e^{j\theta})$ unde θ este frecvența normalizată

$$g(\zeta) = \Lambda(\zeta) \Lambda(\zeta^{-1})$$

$$S(\theta) = |\Lambda(e^{j\theta})|^2$$

unde Λ este factorul spectral unde funcția este stabilă și faza este minimă.

$$s_k = \Lambda(q^{-1}) w_k$$

$$\ln |\Lambda(e^{j\theta})| = \frac{1}{2} \ln S(\theta)$$

acum coeficienții seriei Fourier îi putem scrie:

$$k_0 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \ln S(\theta) d\theta$$

$$k_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln S(\theta) \cos n\theta d\theta \quad n = 1, 2, \dots$$

pentru coeficienții reprezentării cepstrum a $\Lambda(\xi)$

$$\Lambda(\zeta) = k_0 + k_1\zeta + k_2\zeta^2 + \dots$$

logaritmăm ecuația și obținem:

$$\ln g(\zeta) = \ln \Lambda(\zeta) + \ln \Lambda(\zeta^{-1})$$

$$\ln g(\zeta) = \dots + k_2\zeta^{-2} + k_1\zeta^{-1} + 2k_0 + k_1\zeta + k_2\zeta^2 + \dots$$

este convenabil să lucrăm cu factorul spectral normalizat $Z(\xi)$ fiind utilizat în reprezentarea autoregresivă a semnalului

$$s_k = b_1 s_{k-1} + b_2 s_{k-2} + \dots + \mathcal{E}_k$$

$$s_k = Z(q^{-1}) \mathcal{E}_k$$

$$Z(\zeta) = (1 - b_1\zeta - b_2\zeta^2 - \dots)^{-1}$$

$$Z(0) = 1$$

Comparând:

$$s_k = \Lambda(q^{-1}) w_k$$

$$s_k = Z(q^{-1}) \mathcal{E}_k$$

rezultă $\Lambda(\zeta) = Z(\zeta) \sigma_\varepsilon$

unde σ_ε este deviația standard a secvenței reconstituite.

Logaritmăm expresia și obținem:

$$\ln \Lambda(\zeta) = \ln Z(\zeta) + \ln \sigma_\varepsilon$$

utilizând

$$\ln |H(e^{-j\theta})| = k_0 + k_1 \cos \theta + k_2 \cos 2\theta + \dots$$

rezultă

$$k_0 = \ln \sigma_\varepsilon$$

care conform ecuației

$$k_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln S(\theta) \cos n\theta d\theta \quad n = 1, 2, \dots$$

rezultă formula

$$\sigma_\varepsilon^2 = \exp \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln S(\theta) d\theta \right]$$

Din formulele:

$$\ln \Lambda(\zeta) = \ln Z(\zeta) + \ln \sigma_\varepsilon$$

$$k_0 = \ln \sigma_\varepsilon$$

rezultă

$$\ln Z(\zeta) = k_1 \zeta + k_2 \zeta^2 + \dots$$

Răspunsul la impuls pentru coeficienții Kepstrum

Presupunem că funcției kepstrum $K(\xi)$ îi corespunde minimul fazei funcției de transfer $H(\xi)$

$$H(\zeta) = h_0 + h_1 \zeta + h_2 \zeta^2 + \dots$$

Atunci funcția de transfer $H(\xi)$ o putem reprezenta

$$H(\zeta) = \exp(k_0 + k_1 \zeta + k_2 \zeta^2 + \dots) = \exp k_0 Z(\zeta)$$

unde

$$Z(\zeta) = \exp(k_1 \zeta + k_2 \zeta^2 + k_3 \zeta^3 + \dots)$$

Diferențiala ecuației de mai sus este:

$$dZ(\zeta) / d\zeta = (k_1 + 2k_2 \zeta + 3k_3 \zeta^2 + \dots) \cdot Z(\zeta)$$

Putem scrie

$$Z(\zeta) = a_0 + a_1 \zeta + a_2 \zeta^2 + a_3 \zeta^3 + \dots$$

unde

$$a_0 = Z(0) = 1$$

Din ecuațiile de mai sus rezultă relația de recursivitate:

$$n a_n = k_1 a_{n-1} + 2k_2 a_{n-2} + \dots + n k_n a_0 = \sum_{r=1}^n r k_r a_{n-r}$$

Inversa funcției de transfer se determină similar

$$H(\zeta)^{-1} = \exp\{-(k_0 + k_1\zeta + k_2\zeta^2 + \dots)\} = \exp(-k_0)Z(\zeta)^{-1}$$

$$Z(\zeta)^{-1} = \exp(-k_1\zeta - k_2\zeta^2 - k_3\zeta^3 - \dots)$$

Estimările Wiener

Utilizează soluția calculului coeficienților kepstrum

$$s_k = y_k + v_k$$

unde y_k reprezintă semnalul de vorbire iar v_k zgomotul alb

Semnalul y_k este modelat de funcția de transfer

$$y_k = W(q^{-1})\xi_k$$

iar

\hat{y}_k este estimarea pentru y_k

$$\hat{y}_k = H(q^{-1})s_k$$

Pentru a minimiza pătratul erorii:

$$E[e_k^2] = E[(y_k - \hat{y}_k)^2]$$

estimăm funcția de transfer pe care o scriem astfel:

$$H(\zeta) = \left[\frac{g_{ys}(\zeta)}{\Lambda(\zeta^{-1})} \right]_+ \frac{1}{\Lambda(\zeta)}$$

unde $g_{ys}(\zeta)$ este densitatea de încrucișare a semnalului cu zgomot

$$g_{ys}(\zeta) = W(\zeta)W(\zeta^{-1})\sigma_\xi^2$$

$$g_{ss}(\zeta) = \Lambda(\zeta)\Lambda(\zeta^{-1}) = W(\zeta)W(\zeta^{-1})\sigma_\xi^2 + \sigma_v^2$$

Pentru simplificare utilizăm factorul spectral normalizat și putem scrie termenul din paranteze ca serie Laurent

$$\frac{g_{ys}(\zeta)}{Z(\zeta^{-1})\sigma_\epsilon} = C(\zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \zeta^n$$

estimarea este

$$H(\zeta) = [C(\zeta)]_+ \frac{1}{Z(\zeta)}$$

atunci

$$[C(\zeta)]_+$$

este seria Laurent trunchiată

$$[C(\zeta)]_+ = \sum_{n \in \mathfrak{S}} c_n \zeta^n$$

unde \mathfrak{S} intervalul ales în funcție de trei posibile cazuri:

1. Filtarea

$$\mathfrak{S} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$d = 0$$

Acestea corespund cu estimarea instantanee a ieșirii funcției de transfer $\hat{y}_{k/k}$ astfel încât informația de intrare S_k necesită includerea timpului k .

Estimarea utilizată va deveni :

$$H(\zeta) = 1 - \frac{\sigma_v^2 P_d(\zeta^{-1})}{\sigma_\varepsilon^2 Z(\zeta)}$$

2. Netezirea

$$\mathfrak{S} = \{-d, -d+1, -d+2, \dots\}, \quad d > 0$$

intervalul corespunzător estimării

$$\hat{y}_{k/k+d}$$

a semnalului la timpul k cu informații incluzând timpul $k+d$

funcția de transfer estimată este

$$H(\zeta) = 1 - \frac{\sigma_v^2 P_d(\zeta^{-1})}{\sigma_\varepsilon^2 Z(\zeta)}$$

unde polinomul P_d este expansiunea la d termeni pentru serii de putere infinită

$$Z(\zeta^{-1})^{-1} = 1 + p_1 \zeta^{-1} + p_2 \zeta^{-2} + \dots + p_d \zeta^{-d} + p_{d+1} \zeta^{-d+1} + \dots$$

iar estimarea ieșirii

$$\hat{y}_{k/k+d} = S_k - \frac{\sigma_v^2}{\sigma_\varepsilon^2} \sum_{n=0}^d p_n \varepsilon_{k+n}$$

3. Predicția

$$\mathfrak{S} = \{d, d+1, d+2, \dots\}, \quad d > 0$$

Pentru serii de putere pentru factorul spectral normalizat

$$Z(\zeta) = 1 + a_1 \zeta + a_2 \zeta^2 + \dots + a_d \zeta^d + a_{d+1} \zeta^{d+1} + \dots$$

urmează

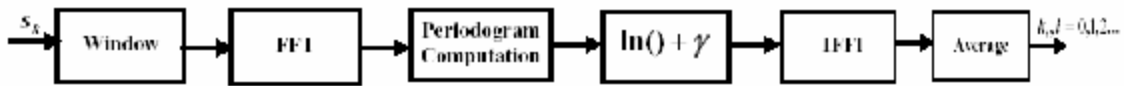
$$H(\zeta) = [a_d \zeta^d + a_{d+1} \zeta^{d+1} + a_{d+2} \zeta^{d+2} + \dots] \frac{1}{Z(\zeta)}$$

estimarea ieșirii sistemului

$$\hat{y}_{k/k+d} = s_k - \frac{\sigma_v^2}{\sigma_\varepsilon^2} \sum_{n=0}^d p_n \varepsilon_{k+n}$$

Estimările adaptive Wiener în domeniul frecvență

Se utilizează transformata Fourier rapidă FFT și inversa sa. Această metodă utilizează periodograma (estimarea densității spectrale) și observațiile ce derivă din estimarea magnitudinii și fazei.



$$X_k = \sum_{i=0}^{N-1} x_i W_N^{ik}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

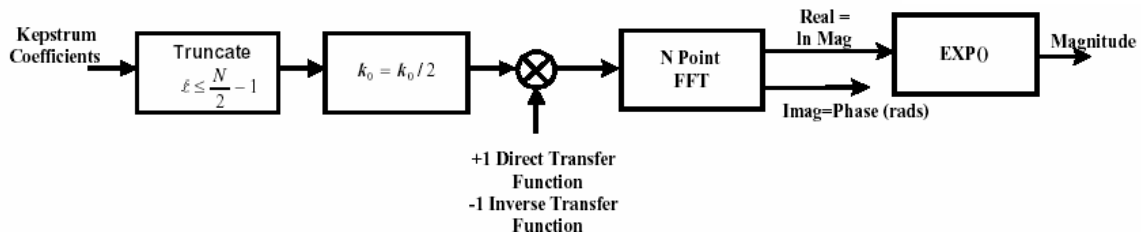
unde X_k reprezintă transformarea Fourier rapidă FFT

unde W reprezintă fereastra de timp în care este prelevat semnalul de intrare iar x_i inversa FFT

$$x_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k W_N^{-ik}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Periodograma este estimarea densității spectrale

$$\hat{S}(e^{j\theta}) \Big|_{\theta=2\pi k/N} = \frac{1}{N} |X_k|^2, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$



estimarea pentru faza minimă a factorului spectral răspuns în frecvență

Polinomul FIR Kepstrum poate fi definit

$$K_\ell(\zeta) = k_0 + k_1 \zeta + k_2 \zeta^2 + \dots + k_\ell \zeta^\ell$$

avem două cazuri posibile:

1. Schimbarea semnului coeficienților keprum

utilizăm inversul factorului spectral $Z(\xi)^{-1}$ și $\ln(1/Z(\xi))$
coeficienții seriei de puteri pentru $Z(\xi)^{-1}$ sunt:

$$np_n = -\sum_{r=1}^n rp_{n-r}k_r, n = 1, 2, \dots, \ell$$

$$Z(\zeta)^{-1} \cong 1 + p_1\zeta + p_2\zeta^2 + \dots + p_\ell\zeta^\ell$$

fiind bine aproximat pentru l coeficienți

2. Fără schimbarea semnului coeficientului kepsrum

Utilizăm factorul spectral direct $Z(\xi)$ și $\ln Z(\xi)$ estimat de coeficienții kepsrum .

Găsim coeficienții seriei putere pentru $Z(\xi)$

$$na_n = \sum_{r=1}^n ra_{n-r}k_r, n = 1, 2, \dots, \ell$$

unde

$$Z(\zeta) \cong 1 + a_1\zeta + a_2\zeta^2 + \dots + a_\ell\zeta^\ell$$

Din cele două cazuri avem 2 seturi de coeficienți polinomiali: a_i, p_i sunt necesari pentru predicție numai p_i

$$\exp(k_0) = \sigma_\varepsilon$$

sau

$$\sigma_\varepsilon^2 = \exp(2k_0)$$

ALGORITMUL 1. Filtrare ($d=0$) și netezire ($d > 0$)

S_k - mesaj

σ_v este cunoscut sau estimat

Pasul 1: Estimarea coeficienților kepsrum

Pasul 2: Coeficienții kepsrum sunt prelevați până la punctul $l \leq N/2-1$ ($l \gg d$)

Pasul 3: Estimarea coeficienților polinomiali $p_n, n = 1, 2, \dots, l$ și calculul

$$\frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} = \exp(-2k_0)$$

Pasul 4: Estimarea

$$\hat{\varepsilon}_k$$

Pasul 5 : Filtrarea ($d = 0$) și estimarea semnalului

$$\hat{y}_{k/k+d} = s_k - \frac{\sigma_v^2}{\sigma_e^2} \sum_{n=0}^d p_n \hat{\epsilon}_{k+n}$$

ALGORITMUL 2. Predicție ($d > 0$)

s_k – mesaj

σ_v nu este folosit

Pasul 1- 4 identic ca la algoritmul 1

Pasul 5: Estimarea coeficienților polinomiali a_n , $n= 1,2,\dots,l$

Pasul 6: Estimarea pentru $d > 0$ pași

$$\hat{y}_{k/k-d} = \sum_{n=d}^{\ell} a_n \hat{\epsilon}_{k-n}$$

seria este trunchiată pentru l termeni.

6. Bibliografie

- [1] <http://innovexpo.itee.uq.edu.au/2003/projects/s4014743/thesis.pdf>
- [2] <http://www.owlnet.rice.edu/~klwang/elec434/elec434.htm#how>
- [3] <http://www.spd.eee.strath.ac.uk/~interact/AF/aftutorial/apps/noiseinspeech/noiseinspeech.html>
- [4] <http://waas.stanford.edu/~wwu/ssjan/ee373.pdf>
- [5] <http://www.ceet.niu.edu/faculty/kuo/books/acns/preface.html>
- [6] Bernard Widrow, Max Kamenetsky – “On the Statistical Efficiency of the LMS Family of Adaptive Algorithms”
<http://www.stanford.edu/class/ee373a/ijcnn2003.ps>
- [7] Rajvignesh, C. Thogulua – “Adaptive Noise Cancellation Using LMS Algorithm”
<http://www.plaza.ufl.edu/vignesh/adaptive1.pdf>
- [8] Márcio H. Costa, José Carlos M. Bermudez – “Stochastic Analysis of the LMS Algorithm with a Saturation Nonlinearity Following the Adaptive Filter Output”, IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 49, NO. 7, JULY 2001
- [9] Ruwan Welaratna – “A Novel Self-Orthogonalizing Algorithm for Adaptive Inverse Control”
- [10] <http://www.esat.kuleuven.ac.be/~spch/yearreports/1992/node6.html#figsadsol>
- [11] T.J.Moir and J.F.Barrett- A Kepstrum approach to filtering, smoothing and prediction-Res.Lett.Inf.Match.Sci.,(2002),3,135-147
- [12] Andreeas Spanias- FFT info and application-Lecture 31 nov.2000-
<http://www.eas.asu.edu/~spanias/e407f03/DSP.LECT22.PDF>
- [13] T.J.Moir-Cancellation of noise from speech using Kepstrum analysis-Res.Lett.Inf.Math.Sci.(2003)4,101-111
- [14] Gh.Cartianu, M.Săvescu, I.Constantin și D.Stanomir- Semnale, circuite și sisteme-Editura didactică și pedagogică, București, 1980